

# Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)

Sifoni e trappole  
Classi di reti di Petri

1

Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)  
- richiami preliminari sulle proprietà strutturali -

**Abbiamo visto che alcune caratteristiche dei sistemi dinamici (DES compresi) non dipendono né dallo stato iniziale né dall'andamento degli ingressi che caratterizzano una specifica evoluzione del sistema stesso.**

**Abbiamo fatto un esempio concernente la stabilità di un sistema dinamico a tempo continuo, e sulla base di questo - generalizzando - abbiamo introdotto il concetto di proprietà strutturale di un sistema.**

Nelle lezioni scorse abbiamo dunque iniziato ad occuparci d'un metodo di analisi delle RdP che consiste nello **sfruttare le informazioni contenute nella matrice d'incidenza** (ovvero appunto nella **struttura**), ed è appunto per questo detto **matriciale**.

Con tale metodo, abbiamo visto, è possibile determinare le caratteristiche **statiche** o **strutturali** della rete, cioè quelle che dipendono dalla **topologia del grafo** della rete stessa e **non** dalla marcatura.

**Finora abbiamo individuato e studiato due "strutture algebriche" fondamentali, legate quindi alle caratteristiche statiche di una rete: i P-invarianti ed i T-invarianti.**

2

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)

- richiami preliminari sulle proprietà strutturali -

Ora faremo tre cose:

- 1) Individueremo e studieremo altre due strutture algebriche fondamentali: i sifoni e le trappole.
- 2) Inizieremo a correlare invarianti, sifoni e trappole a importanti proprietà della rete quali la vivezza, la presenza di stati di blocco, e così via.
- 3) Individueremo (in base alla loro struttura) alcune classi di reti di Petri, che hanno un particolare interesse modellistico (cioè che sono utili per descrivere sistemi di speciale interesse) e godono di proprietà che non si possono garantire per reti generiche.

3

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)

- richiamo sui P-invarianti -

### Definizione

I P-invarianti (invarianti di tipo "posto") corrispondono a insiemi di posti tali per cui la somma pesata dei gettoni che contengono rimane costante per tutte le marcature raggiungibili dalla rete. Un P-invariante è definito come un vettore colonna delle stesse dimensioni del vettore marcatura (cioè  $|P|$ ), i cui coefficienti contengono i "pesi" opportuni per la somma pesata di cui sopra.

### Quindi

Si definisce **P-invariante** di una rete  $N$  un **vettore colonna**  $x$  di dimensione  $|P|$  tale che

$$x^T M \in \mathbb{R}(N, M_0) \quad x^T M = x^T M_0$$

### Ricerca dei P-invarianti

Se  $x$  è un P-invariante, allora soddisfa l'equazione

$$x^T C = 0, \quad x^T \geq 0.$$

Pertanto, i P-invarianti della rete si trovano cercando le soluzioni **intere** dell'equazione

$$x^T C = 0.$$

4

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - richiamo sui T-invarianti -

### Definizione

In modo duale ai P-invarianti, i T-invarianti (invarianti di tipo "transizione") si riferiscono alle transizioni. Sono rappresentati da vettori delle stesse dimensioni di un vettore delle occorrenze (ovvero  $|T|$ ), i cui elementi contengono il numero di volte in cui una transizione deve scattare per riprodurre una data marcatura.

### Quindi

I T-invarianti rappresentano **possibili** sequenze di scatti che riportano la rete nella marcatura iniziale.

### Ricerca dei T-invarianti

Se la sequenza di scatti associata a  $y$  deve riportare la rete nella marcatura iniziale, dall'equazione di stato si deduce che dev'essere

$$M_0 + Cy = M_0.$$

Pertanto, i T-invarianti della rete si trovano cercando le soluzioni **interi** dell'equazione

$$Cy = 0.$$

5

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni e trappole -

### Introduzione

I sifoni e le trappole sono strutture fondamentali per l'analisi di vivezza e di "non bloccaggio" di una rete.

Un sifone rappresenta un insieme di posti che complessivamente tende a perdere gettoni durante l'evoluzione di una rete, e che **una volta persi tutti i gettoni non è più in grado di riacquistarne**.

Le trappole sono duali ai sifoni: una trappola rappresenta un insieme di posti che complessivamente tende ad acquistare gettoni durante l'evoluzione di una rete, e che **una volta preso almeno un gettone non è più in grado di smarcare contemporaneamente tutti i suoi posti**.

6

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni -

### Definizione

Un insieme di posti  $S$  è un **sifone** se e soltanto se il suo preset è contenuto nel suo postset, ovvero se e soltanto se

$$\cdot S \subseteq S \cdot$$

Dalla definizione scende quindi che tutte le transizioni che sono d'ingresso per un sifone sono anche transizioni d'uscita. Però possono esistere transizioni che sono di uscita ma non d'ingresso per il sifone, e sono proprio tali transizioni a causare la tendenza alla perdita di gettoni da parte dei posti del sifone stesso.

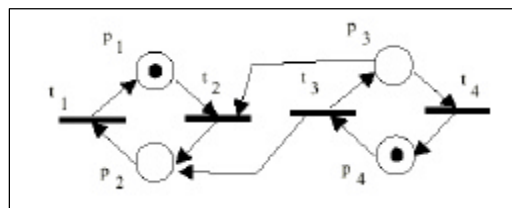
### Osservazione

In alcuni testi fondamentali il sifone è chiamato **deadlock**. Tuttavia, in altre discipline (tipicamente, Ingegneria del Software e Sistemi Operativi) o in particolari ambiti industriali (sistemi manifatturieri), il deadlock si riferisce ad una **condizione** di un sistema fisico, condizione caratterizzata dall'impossibilità di evoluzione del sistema stesso o di una sua parte. Per non fare confusione tra una proprietà di un modello matematico (RdP) e una particolare condizione di funzionamento di un sistema fisico, noi manterremo separati i concetti di sifone (che per noi è un insieme di posti col preset contenuto nel postset) e di deadlock (che per noi è una condizione di una rete o di una parte di una rete, e precisamente quella in cui nessuna delle sue transizioni può più scattare).

7

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni -

### Esempio



L'insieme di posti  $\{p3, p4\}$  costituisce un sifone. Verifichiamolo:

$$\begin{aligned} \cdot p3 &= \{t3\} & p3 \cdot &= \{t2, t4\} \\ \cdot p4 &= \{t3\} & p4 \cdot &= \{t3\} \end{aligned}$$

Allora

$$\begin{aligned} \cdot \{p3, p4\} &= \cdot p3 \cup \cdot p4 = \{t3, t4\} \\ \{p3, p4\} \cdot &= \{p3\} \cdot \cup \{p4\} \cdot = \{t2, t3, t4\} \end{aligned}$$

ed essendo  $\cdot \{p3, p4\} \subseteq \{p3, p4\} \cdot$ , l'insieme  $\{p3, p4\}$  è un sifone.

8

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni -

### Definizione

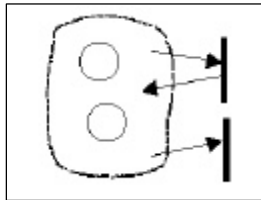
#### Sifone minimo

Un sifone  $S$  è detto **minimo** se e solo se non esiste un altro sifone  $S'$  tale che  $S' \subset S$ .

### Proprietà dei sifoni

L'unione di sifoni è un sifone.

Se  $S$  è un sifone privo di marche in una certa marcatura  $M$ , allora è privo di marche in ogni marcatura  $M'$  raggiungibile da  $M$ .



Infatti, un sifone  $S$  smarcato non può abilitare nessuna delle transizioni di  $S^\bullet$ . Siccome quelle che potenzialmente potrebbero marcare  $S$  sono contenute in  ${}^\bullet S$  e quest'insieme è a sua volta contenuto in  $S^\bullet$ , esse non possono mai scattare. Ciò è schematicamente rappresentato in figura.

9

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - trappole -

### Definizione

Un insieme di posti  $S$  è una **trappola** se e soltanto se il suo postset è contenuto nel suo preset, ovvero se e soltanto se

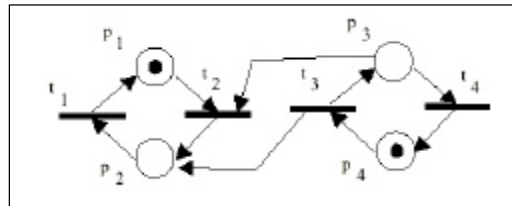
$$S^\bullet \subseteq {}^\bullet S$$

Dalla definizione scende quindi che tutte le transizioni che sono d'uscita per una trappola sono anche transizioni d'ingresso. Però possono esistere transizioni che sono d'ingresso ma non d'uscita per la trappola, e sono proprio tali transizioni a causare la tendenza all'acquisto di gettoni da parte dei posti della trappola stessa.

10

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - trappole -

### Esempio



L'insieme di posti  $\{p1, p2\}$  costituisce una trappola. Verifichiamolo:

$$\begin{aligned} \bullet p1 &= \{t1\} & p1 \bullet &= \{t2\} \\ \bullet p2 &= \{t2, t3\} & p2 \bullet &= \{t1\} \end{aligned}$$

Allora

$$\begin{aligned} \bullet \{p1, p2\} &= \bullet p1 \cup \bullet p2 = \{t1, t2, t3\} \\ \{p1, p2\} \bullet &= \{p1\} \bullet \cup \{p2\} \bullet = \{t1, t2\} \end{aligned}$$

ed essendo  $\{p1, p2\} \bullet \not\subseteq \bullet \{p1, p2\}$ , l'insieme  $\{p1, p2\}$  è una trappola.

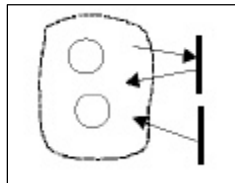
11

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - trappole -

### Proprietà delle trappole

L'unione di trappole è una trappola.

Se  $S$  è una trappola marcata (cioè se almeno un posto di  $S$  contiene almeno una marca) in una certa marcatura  $M$ , allora rimane marcata in ogni marcatura  $M'$  raggiungibile da  $M$ .



Infatti, ogni transizione capace di far diminuire il numero di gettoni in  $S$  appartiene a  $S \bullet$ . Se  $S$  è una trappola, tale transizione appartiene però anche a  $\bullet S$  (che contiene  $S \bullet$ ) e quindi, se scatta, pone gettoni in  $S$ .  
Ciò è schematicamente rappresentato in figura.

12

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni e trappole -

### Proprietà notevole

**I sifoni della rete con matrice d'incidenza  $C$  sono le trappole della rete con matrice d'incidenza  $-C$ .**

Infatti le due reti sono uguali a meno del fatto che tutti gli archi hanno il verso opposto.

Allora, per ogn'insieme di posti, il preset ed il postset "si scambiano" nel senso che, preso un qualsivoglia insieme di posti, le transizioni che in una rete sono il suo preset nell'altra sono il suo postset.

Quindi, se un certo insieme di posti in una rete è un sifone, nell'altra è una trappola (e viceversa).

13

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - sifoni, trappole e P-invarianti -

### **Il supporto di un P-invariante con elementi non negativi è contemporaneamente un sifone ed una trappola**

**Dimostriamolo per assurdo:**

Sia  $S$  è il supporto di un P-invariante con elementi non negativi. Allora la somma (pesata) dei gettoni contenuti nei posti di  $S$  rimane costante in ogni marcatura raggiungibile dalla rete.

Ora, se nella rete vi fosse una transizione che toglie gettoni da  $S$  senza mettervene o che ve ne mette senza toglierne, lo scatto di tale transizione certamente farebbe sì che qualsiasi somma pesata delle marcature dei posti di  $S$  cambiasse valore.

Questo è dunque assurdo, in quanto contraddice l'ipotesi che  $S$  sia il supporto di un P-invariante.

Quindi, se una transizione appartiene al postset del supporto di un P-invariante necessariamente deve appartenere anche al suo preset, e viceversa.

Allora, se  $S$  è il supporto di un P-invariante, vale la relazione  $\cdot S = S \cdot$ .

Valgono dunque sia  $\cdot S \leq S \cdot$  che  $S \cdot \leq S$ , e pertanto  $S$  è contemporaneamente un sifone ed una trappola.

14

Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)  
- sifoni, trappole e vivezza -

**Se in una marcatura M ogni sifone contiene una trappola marcata, allora nessuna delle marcature raggiungibili da M è morta**

**Dimostriamolo per assurdo:**

Supponiamo che esista una marcatura M' raggiungibile da M e morta.

Se M' è morta, vuol dire che in essa nessuna transizione della rete è abilitata.

Se questo è vero, allora, consideriamo i posti che in M' non contengono marche. Essi costituiscono un insieme di posti (chiamiamolo S) che si sono smarcati e non si rimarcheranno mai più.

Allora S è un sifone (si è smarcato e non si rimarcherà più) e non contiene una trappola marcata, perché se la contenesse non avrebbe potuto smarcarsi.

Abbiamo così contraddetto l'ipotesi, e l'assurdo cui siamo giunti ci mostra che, se una marcatura raggiungibile da M fosse morta, in M ci sarebbe dovuto essere un sifone smarcato (dunque senza trappole marcate al suo interno).

15

Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T)  
- sifoni, trappole e vivezza -

**Osservazione importante**

Il fatto che se in una marcatura M ogni sifone contiene una trappola marcata allora nessuna delle marcature raggiungibili da M è morta **non** significa che se in una marcatura M ogni sifone contiene una trappola marcata allora la rete è viva.

Quello che si è dimostrato, infatti, è che se in una marcatura M ogni sifone contiene una trappola marcata allora la rete non può bloccarsi **del tutto**, cioè che da M non si possono raggiungere marcature dove **nessuna** transizione può più scattare. Si possono benissimo, invece, raggiungere marcature dove **alcune** transizioni non potranno più scattare, ovvero **parti** della rete possono bloccarsi.

16



## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Introduzione

Nel seguito introdurremo (brevemente) alcune **classi** di reti di Petri utili ai fini dell'analisi.

Tipicamente, se rispetto al modello di reti P/T definito nei paragrafi precedenti si applicano restrizioni, si ottiene una rete con minore potere rappresentativo ma con maggiori possibilità di ottenere risultati di analisi (cioè è più facile ottenere condizioni necessarie e sufficienti).

Se, al contrario, si aggiungono caratteristiche e attributi alle reti P/T standard, si ottiene un modello in grado di rappresentare una classe più vasta di sistemi, ma al prezzo di una diminuzione delle possibilità di analisi teoriche.

Nel seguito saranno dunque presentate tre classi particolari di RdP:

- macchine a stati
- grafi marcati
- reti a scelta libera

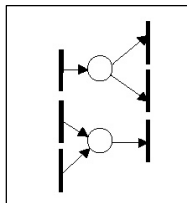
17

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Macchine a stati

Una **macchina a stati** (automa) è una rete di Petri nella quale ogni transizione è limitata ad avere esattamente un solo posto d'ingresso ed un solo posto d'uscita.

### Esempio



### Caratteristiche

Molte proprietà delle macchine a stati sono ovvie. Infatti, anche se non esplicitato nella definizione, l'uso comune di una macchina a stati è quella in cui il peso degli archi è unitario. In tal caso, la macchina a stati è strettamente conservativa. Questo significa che il numero delle marche nella rete non cambia mai, ovvero che il sistema è finito, di conseguenza è pure finito l'albero di raggiungibilità. Una macchina a stati è quindi equivalente ad automa a stati finiti. Se la marcatura iniziale della rete contiene un solo gettone, la rete è anche binaria.

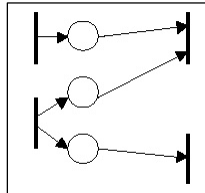
18

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Grafi marcati

Un **grafo marcato** è il duale di una macchina a stati, ovvero è una rete di Petri nella quale ogni posto è limitato ad avere esattamente una sola transizione d'ingresso ed una sola transizione d'uscita.

### Esempio



### Caratteristiche

Mentre una macchina a stati può facilmente rappresentare conflitti mediante un posto con molte transizioni in uscita e non può modellare la creazione e la distruzione di marche necessarie per modellare la simultaneità o gli eventi legati all'attesa nelle fasi di sincronizzazione, i grafi marcati possono modellare la simultaneità e la sincronizzazione ma non possono modellare conflitti o decisioni dipendenti da dati.

19

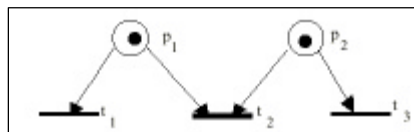
## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Reti a scelta libera (free-choice)

#### Introduzione

Questa classe di reti di Petri permette di rappresentare sia i conflitti tipici delle macchine a stati sia la simultaneità tipica dei grafi marcati, anche se in maniera limitata.

L'osservazione che conduce a definire reti a scelta libera è che, combinando le situazioni di conflitto e di concorrenza, potrebbero nascere situazioni di non chiara evoluzione. Una tipica situazione, detta **confusione**, è rappresentata in figura.



Si può notare come **non è chiaro** a priori quale delle due transizioni in conflitto (t1 e t2) scatterà, poiché la loro condizione di abilitazione **dipende dall'ordine con cui altre transizioni della rete scattano** (nell'esempio, le transizioni nel preset di p1 e p2).

Le reti a scelta libera sono reti che **escludono le configurazioni di confusione**, garantendo quindi che i conflitti vengano risolti indipendentemente dalla marcatura della rete.

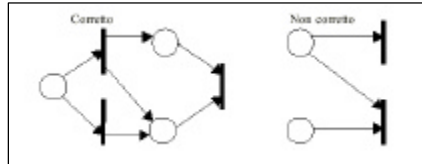
20

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Reti a scelta libera (free-choice)

Una rete di Petri è **a scelta libera** se, nel caso un posto sia d'ingresso per più transizioni, per ognuna di queste esso è l'**unico** posto d'ingresso.

#### Esempio



#### Caratteristiche

L'importanza delle reti free-choice sta nel modo in cui in esse sono permessi conflitti controllati. I conflitti accadono solamente quando un posto è in ingresso a molte transizioni. Nelle reti free-choice, se un posto è in ingresso a molte transizioni (conflitto potenziale), allora esso è l'unico ingresso per tutte queste transizioni. Quindi, tutte le transizioni in conflitto sono simultaneamente permesse o non lo è nessuna. Questo permette di scegliere liberamente (cioè indipendentemente dalla marcatura) l'attivazione di una transizione, perché la presenza o meno di marche negli altri posti della rete non coinvolge la scelta della transizione da attivare.

Si deduce immediatamente che una macchina a stati e un grafo marcato sono reti a scelta libera, ma non vale il viceversa.

21

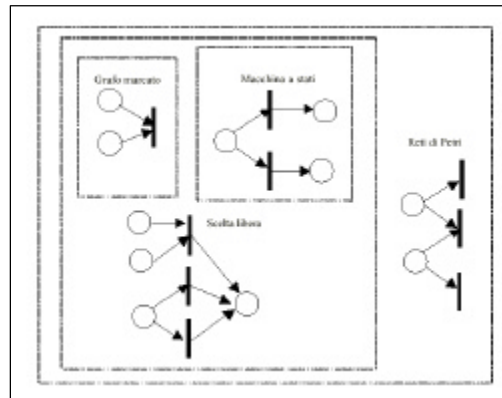
## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - classi particolari di reti di Petri -

### Reti a scelta libera (free-choice)

#### Proprietà fondamentale

Una rete di Petri a scelta libera è viva **se e soltanto se** tutti i suoi sifoni contengono una trappola marcata.

#### Relazione tra le classi di RdP presentate



22

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - alcune estensioni delle reti di Petri -

### Reti di Petri temporizzate

Le reti di Petri ordinarie non includono alcun concetto di tempo: con esse si può descrivere la struttura logica di un sistema, ma non la sua evoluzione temporale. Nascono così varie estensioni alle reti P/T per introdurre la variabile tempo.

Tali estensioni non sono del tutto equivalenti, e corrispondono a ipotesi modellistiche diverse. Ad esempio, le estensioni più utilizzate sono le seguenti:

- 1) ogni transizione rappresenta un evento, il cui verificarsi è perciò istantaneo; ad ogni transizione si associa un intervallo di tempo ( $t_{\min}, t_{\max}$ ;  $t_{\min}$  rappresenta il tempo minimo che deve passare dall'istante in cui viene abilitata la transizione, mentre  $t_{\max}$  indica il massimo ritardo rispetto all'istante di abilitazione, entro il quale la transizione deve scattare a meno ch'essa non venga disabilitata nel frattempo.
- 2) ogni transizione rappresenta un'attività del sistema, che quindi richiede un tempo non nullo per poter essere portata a termine. Ad ogni transizione viene associata una durata e lo scatto avviene nei seguenti passi:
  - a) le marche vengono rimosse dai posti d'ingresso non appena la transizione è abilitata,
  - b) la transizione permane nella fase di scatto per tutta la durata,
  - c) alla fine della fase di scatto, si ha la produzione di marche nei posti d'uscita.
- 3) ogni posto rappresenta un'attività del sistema durante il suo svolgimento; ad ogni posto viene associata una durata non negativa, che indica il tempo richiesto affinché l'attività modellata tramite il posto si portata a compimento.

23

## Analisi matriciale delle reti di Petri (P/T) - alcune estensioni delle reti di Petri -

### Reti di Petri stocastiche

Quando un ritardo è modellato come una variabile casuale, o distribuzioni probabilistiche sono aggiunte al modello delle reti di Petri deterministiche per la risoluzione di conflitti, allora si parla di reti di Petri stocastiche.

Solitamente si utilizza la convenzione che i ritardi sono solo associati alle transizioni.

### Reti di Petri di alto livello

Nelle reti di Petri ordinarie le marche sono completamente indistinguibili, cioè non portano con sé alcuna informazione. Nelle reti di alto livello, le marche sono associate ad altre informazioni. Oltre a ciò alle transizioni sono connesse delle condizioni logiche che influenzano lo scatto delle transizioni stesse.

24

# Il controllo dei DES

## Introduzione e concetti base

### Uso delle reti di Petri

### Approcci indiretto e diretto

### Controllo e supervisione

25

## Il problema del controllo dei DES

### - premesse -

Nei modelli DES logici (quelli che useremo per la sintesi del controllo) non si fa esplicito riferimento non solo al tempo, ma nemmeno a ingressi e uscite (cioè, per essere più precisi, a *variabili* di ingresso e di uscita).

In altre parole, finora abbiamo visto sistemi (modelli) **autonomi**.

Nel contesto del controllo, come già sappiamo, non è così: si parla di **più sistemi** (di minimo il processo da controllare ed il controllore) che **interagiscono**: più in dettaglio

- il controllore **riceve informazioni** dal processo (**misure**);
- il controllore **invia ordini** al processo (**comandi**);
- il sistema complessivo deve avere un **comportamento desiderato**.

Prima di parlare del controllo dei DES, noto come fare il modello di un sistema autonomo (in termini di rete di Petri), dobbiamo allora chiarire due punti.

- Come si fa a rappresentare l'interazione tra controllore e processo?
- Come si fa a rappresentare il comportamento desiderato del sistema controllato?

26

## Il problema del controllo dei DES - premesse -

Per rappresentare una connessione tra sistemi ad eventi occorrono modelli non autonomi (ovvero con variabili di ingresso/uscita).

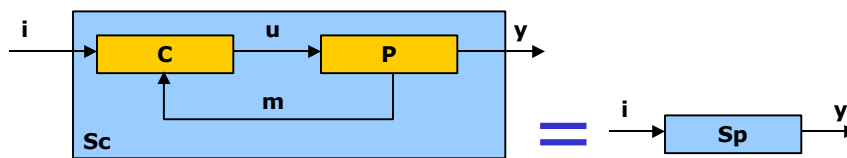
Dal momento che in tutti i casi di nostro interesse il controllore riceve informazioni dal processo, nel corso avremo sempre a che fare con sistemi retroazionati.

**NOTA:** Su tutto ciò (ovvero su come si rappresenta l'interazione tra controllore e processo e su come si rappresenta il comportamento desiderato del sistema controllato) non ci sono ad oggi standard universalmente accettati.

27

## Il problema del controllo dei DES - DES retroazionati -

Un sistema ad eventi retroazionato può rappresentarsi con lo schema seguente



dove

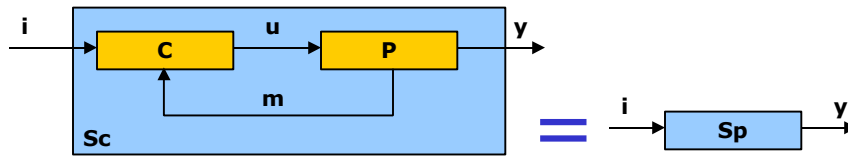
- P** è il modello DES del sistema fisico (processo) da controllare,
- C** è modello DES del controllore, che poi si dovrà implementare (in genere, e nel nostro contesto *sempre*, come programma),
- u** rappresenta le variabili di comando che il controllore invia al processo,
- m** rappresenta le variabili del processo misurate dal controllore,
- y** rappresenta le variabili d'uscita.

Lo scopo del controllo è far sì che il comportamento del sistema retroazionato **Sc**, comprendente **C** e **P**, coincida con quello di un assegnato sistema ad eventi **Sp**, che rappresenta quindi le specifiche del controllo.

28

## Il problema del controllo dei DES - DES retroazionati e comportamento desiderato -

### Osservazione importante



La somiglianza con lo schema di controllo in retroazione nel caso del controllo modulante **c'è ma va interpretata nel modo giusto**, ovvero va posta al corretto livello di astrazione, altrimenti potrebbe trarre in inganno.

C'è infatti, oltre all'intuitiva somiglianza, una differenza importantissima:

**le variabili di ingresso  $i$  non sono variabili di riferimento**, ovvero variabili che altre (tipicamente le  $y$ ) devono inseguire; qui le variabili d'ingresso descrivono le impostazioni date dall'utente o dai livelli superiore della gerarchia di controllo, come ad esempio il comando di attivazione di una ricetta di lavorazione.

In altre parole, a differenza di quanto avviene nel controllo modulante, qui

**il comportamento desiderato non è l'andamento delle variabili  $i$ , ma il DES  $Sp$ .**

29

## Il problema del controllo dei DES - uso dei modelli (reti di Petri) -

Nel problema del controllo dei DES le reti di Petri possono essere utilizzate in vari modi. Vediamone alcuni.

- Per fare il modello del solo impianto, da cui poi "calcolare" il controllore (cosa che chiameremo poi "approccio indiretto").
- Per fare direttamente il modello del solo controllore, descrivendo del processo solo la parte che "serve" (va bene solo in casi molto semplici).
- Per fare il modello congiunto dell'impianto e del controllore (cosa che chiameremo poi "approccio diretto"). Qui si può procedere in due modi:
  - P e C sono reti di Petri collegate con archi, col che anche il sistema retroazionato risulta essere una rete di Petri (e questo è il modo in cui noi descriveremo la loro interazione);
  - P e C sono reti di Petri sincronizzate, ovvero reti in cui le transizioni sono associate ad eventi e una transizione scatta, se è abilitata, *quando* avviene l'evento associato; in questo modo la retroazione è modellizzata mediante la condivisione di eventi (una rete li genera e l'altra li consuma); non tratteremo questo secondo modo di procedere.
- Per fare il solo modello delle specifiche sul comportamento desiderato.

30

## Il problema del controllo dei DES - uso dei modelli (reti di Petri) -

### Osservazioni importanti

I modelli a rete di Petri sono, lo si ricordi sempre, astratti.

Per costruire un oggetto fisico (il controllore) che veramente funziona in tutto e per tutto come il suo modello servirebbe un cosiddetto "interprete ideale", in grado di far evolvere il controllore in modo infinitamente rapido, quando richiesto.

Questa ipotesi è ovviamente ideale ma è ragionevole farla, poiché in qualsiasi implementazione ragionevole il controllore deve essere comunque più rapido del sistema da controllare.

Nel passare dal modello del controllore, che è per noi una rete di Petri, al controllore "fisico" vi sono comunque dei problemi di implementazione:

- la sincronizzazione tra l'evoluzione di P e quella di C;
- la traduzione da un modello asincrono e parallelo, come la rete di Petri, ad un programma per una macchina sequenziale sincrona, come il PLC.

31

## Il problema del controllo dei DES - progetto del controllore -

### Formulazione del problema:

dato un modello P di un impianto e una specifica Sp del comportamento desiderato, progettare un controllore C che, posto in retroazione con P, dia luogo ad un sistema "il più simile possibile" a Sp.

### Osservazioni.

Si ricordi sempre che P, Sp e C sono DES.

Il comportamento di Sp è un **sottoinsieme** di quello di P senza controllo: controllare un sistema è **vincolarlo** ad assumere, tra tutti i comportamenti possibili, uno il più vicino possibile a quello voluto, e comunque a non assumere mai certi comportamenti indesiderati.

Non è detto che si possa ottenere esattamente il comportamento dato da Sp, perché ad esempio le specifiche possono essere mal formulate, contraddittorie o irrealizzabili, nel senso che chiedono all'impianto cose che non può fare.

32



## Il problema del controllo dei DES - approcci al progetto del controllore -

### Approccio indiretto:

il controllore è il risultato di un processo di sintesi, ovvero di "calcolo", a partire dal modello dell'impianto e delle specifiche.

L'approccio indiretto è simile al classico progetto di un sistema di controllo: si parte dal modello di un sistema da controllare e si progetta un controllore che ne **vincoli** il comportamento in modo che siano soddisfatte le specifiche.

### Approccio diretto:

si progetta il controllore direttamente a partire dalle specifiche.

In quest'approccio si modella fin da subito il comportamento vincolato del sistema, cioè quello che si deve ottenere con il controllo inserito.

NOTA: in qualsiasi problema di complessità realistica si usano in modo coordinato ambedue gli approcci (vedremo come dopo averli conosciuti individualmente).

33

## Il problema del controllo dei DES - controllo e supervisione -

Sul modo di pensare la realizzazione dell'azione di controllo ci sono "scuole" diverse, riconducibili però a due linee di ragionamento fondamentali:

- Il controllore impone sequenze di operazioni ai dispositivi formanti l'impianto, dando loro al momento opportuno i giusti comandi.
- Il controllore opera inibendo istante per istante alcuni eventi sulla base dello stato osservato del sistema. Un tale controllore non decide esplicitamente l'esatta sequenza degli eventi, ma si limita ad imporre il rispetto dei vincoli.

Alcuni chiamano "controllore" soltanto un controllore del primo tipo, e per essi uno del secondo tipo prende il nome di **supervisore**.

Concettualmente la differenza è molto sfumata, in quanto imporre l'avvenire di un evento equivale a non inibire quell'evento e inibire invece tutti gli altri eventi possibili.

Dal punto di vista operativo, invece, le cose sono molto diverse. E' ovvio che costruire una logica di controllo con l'uno o l'altro modi di pensare porta a risultati molto diversi (per appoggiare le idee, si pensi a quanto diversi risulterebbero i *programmi* di controllo).

Morale: è concettualmente possibile costruire tutto un sistema di controllo imponendo eventi oppure mettendo divieti, ma è scomodo. Alcune volte è bene pensare a cosa deve succedere, altre volte a cosa non deve succedere (cioè dire che, per quella parte del problema, posto che quella cosa non succeda, qualunque sequenza di eventi va ugualmente bene).

34

## Il problema del controllo dei DES - controllo e supervisione -

In qualunque sistema di controllo, le funzioni di controllo in senso stretto e di supervisione coesistono.

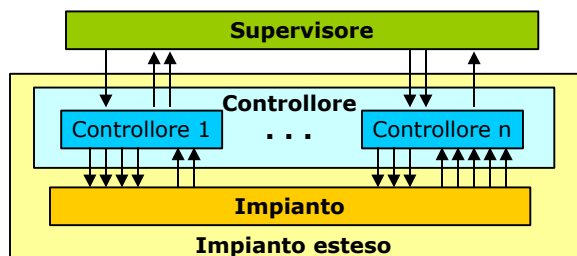
Ad esempio, in un sistema manifatturiero, le macchine sono tipicamente dotate di controllori "locali" che gestiscono le sequenze di lavorazione come se le macchine fossero indipendenti; "al di sopra" c'è poi un supervisore che verifica, in base allo stato complessivo del sistema, che l'esecuzione simultanea e concorrente delle varie sequenze non crei nel sistema blocchi o situazioni indesiderate, qualunque sia l'ordine dettagliato degli eventi (che al supervisore non importa fintantoché non si violano vincoli). Più in dettaglio, si ha allora quanto segue.

- Ogni macchina ha un controllore locale che, quando c'è un pezzo in arrivo e c'è il permesso di lavorarlo, lo fa prendere e lavorare secondo la ricetta attiva, e poi segnala che la lavorazione è finita e se il pezzo è buono o no. Tutto ciò è la sequenza dettagliata di lavorazione della macchina.
- Il supervisore tiene nota di dove sono i pezzi, gestisce i permessi di lavorazione, dice alle macchine quale ricetta devono attivare, registra i pezzi buoni e no, e nel fare ciò ha come obiettivo che la linea fatta dalle macchine non si blocchi né vada in ogni altro stato indesiderato. A patto che nulla di indesiderato succeda, qual'è la sequenza dettagliata delle operazioni al supervisore non importa.

35

## Il problema del controllo dei DES - gerarchia di controllo e supervisione -

Queste osservazioni portano a dire che nei sistemi di controllo (ben fatti) c'è in ogni caso una gerarchia del tipo illustrato.



Il supervisore non vede l'impianto reale, ma un **impianto esteso**, cioè "parzialmente controllato".

L'impianto esteso ha molti meno ingressi e uscite dell'impianto reale, il che riduce la complessità del supervisore.

I modelli dei singoli controllori sono di solito semplici (sequenze), mentre il modello del supervisore può essere molto complesso, dovendo gestire ad esempio l'allocazione delle risorse condivise.

Se le operazioni elementari sono rappresentate in maniera sufficientemente sintetica al livello del supervisore, il modello dell'impianto esteso è facile da analizzare per l'individuazione e la prevenzione degli stati indesiderati.

La gerarchia individuata permette di ottenere un sistema modulare (il comportamento dettagliato delle macchine è "incapsulato" dal punto di vista del supervisore).

36