

Sistemi dinamici a eventi discreti

Classificazione dei processi

Sistemi dinamici a eventi discreti

- classificazione dei processi -

Introduciamo ora un po' di terminologia.

I processi industriali si possono classificare per il tipo di operazioni e trasformazioni che (principalmente) realizzano.

Si parla così di

- processi continui,
- processi batch o a lotti,
- processi discreti o manifatturieri.

Sistemi dinamici a eventi discreti - processi continui -

- In essi vi sono trasformazioni continue di massa, energia e quantità di moto.
- L'obiettivo è ottenere un prodotto uniforme nel tempo.
- Il processo viene "spento" solo per operazioni di verifica, pulizia, manutenzione (programmata o no).

Esempi: centrali elettriche, impianti di distribuzione, cartiere, ...

- Prevala il controllo modulante.
- Il controllo logico si occupa essenzialmente di accensione, spegnimento, emergenze, supervisione. Tali funzioni sono spesso individualmente semplici ma molto numerose, e interagiscono in modo stretto col controllo modulante.
- Spesso i segnali in gioco sono numerosi (migliaia).

Sistemi dinamici a eventi discreti - processi batch -

- Questi processi lavorano i prodotti in quantità o lotti di dimensioni scalabili.
- Il controllo di tali impianti è quindi basato sulle ricette di lavorazione, intendendo per “ricetta” la sequenza delle lavorazioni da compiere per ottenere il prodotto.

Esempi: impianti chimici, produzione di generi alimentari, ...

- Vi sono sottosistemi di lavorazione (ad es. reattori o forni) e di trasporto dei prodotti (ad es. nastri).
- Il controllo modulante opera essenzialmente nei sottosistemi di produzione.
- Il controllo logico implementa le ricette e deve garantire un corretto uso delle risorse di impianto.

Sistemi dinamici a eventi discreti

- processi discreti -

- Sono caratterizzati da cicli di lavorazione che coinvolgono singole parti o singole unità di prodotto (pezzi).

Esempi: centri di lavorazione, assemblaggio, stoccaggio...

Vi sono operazioni di lavorazione, trasporto e immagazzinamento.

- Il controllo modulante si occupa essenzialmente del moto entro le singole macchine (ad es. della velocità dei mandrini).
- Il controllo logico coordina tutte le macchine, le linee di produzione, i sistemi di trasporto, e così via.

Sistemi dinamici a eventi discreti

- classificazione dei processi -

Schema riassuntivo.

	controllo logico	controllo modulante
processi continui	<ul style="list-style-type: none">• coordinamento complessivo• avviamento e spegnimento• guasti e emergenze	<ul style="list-style-type: none">• controlli primari (livelli, temperature, pressioni)• controlli asserviti (portata pompe, posizione valvole)
processi batch	<ul style="list-style-type: none">• controllo delle ricette• supervisione impianto• avviamento e spegnimento• guasti e emergenze• allocazione risorse impianto	<ul style="list-style-type: none">• controlli primari (livelli, temperature, pressioni)• controlli asserviti (portata pompe, posizione valvole)
processi discreti	<ul style="list-style-type: none">• controllo sequenze di lavoro delle macchine singole• supervisione impianto• avviamento e spegnimento• guasti e emergenze	<ul style="list-style-type: none">• controlli asserviti (posizionamento, velocità motori elettrici)

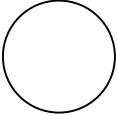

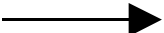

Le reti di Petri P/T (Posti/Transizioni)

Introduzione
Definizioni fondamentali
Rappresentazione grafica
Evoluzione

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

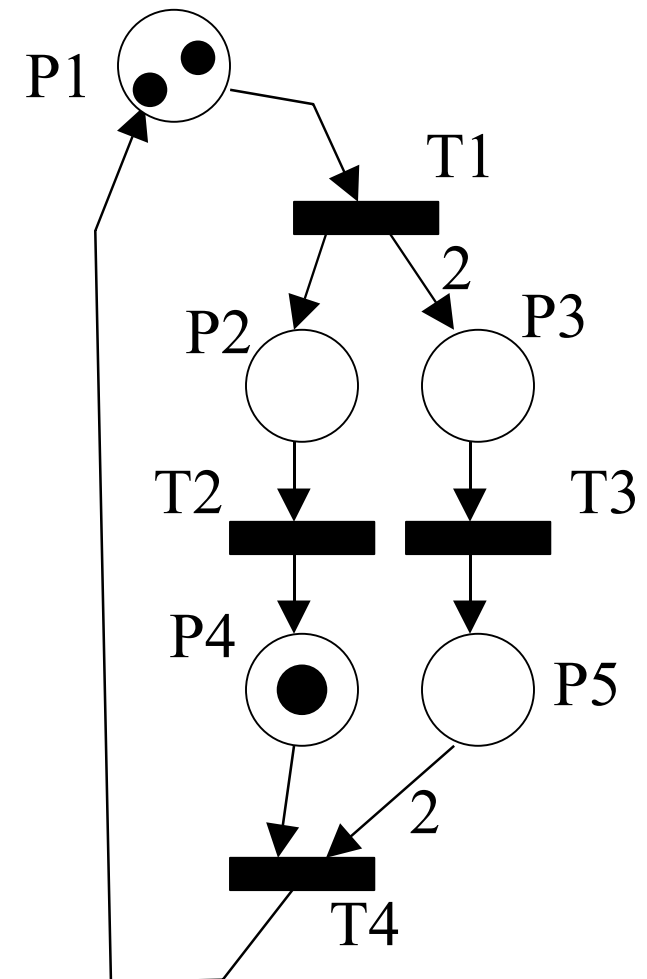
- rappresentazione grafica -

Elementi costitutivi

Posto	
Transizione	
Arco	
Peso (1 se omesso)	w
Marca (o Token)	

Una rete di Petri è dunque un **grafo bipartito**, i cui **nodi** sono i posti e le transizioni.

Esempio



Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- definizione -

Definizione della rete

E' è la quintupla (P, T, F, W, M_0) , dove

P è l'insieme dei posti (finito)

$$P = \{P_i\}, i=1,2,\dots|P|, |P| < \infty$$

T è l'insieme delle transizioni

(finito e disgiunto da P)

$$T = \{T_k\}, k=1,2,\dots|T|, |T| < \infty, P \cap T = \emptyset$$

Nota: $P \cap T \neq \emptyset$, ovvero in una rete ci dev'essere almeno un posto o una transizione

F è la relazione di flusso

(dice quali coppie ordinate P, T o T, P - non P, P né T, T - sono connesse da un arco, e dice quindi il verso dell'arco)

$$F \subseteq T \times P \cup P \times T$$

W è la funzione peso

(associa ad ogni arco un numero intero positivo)

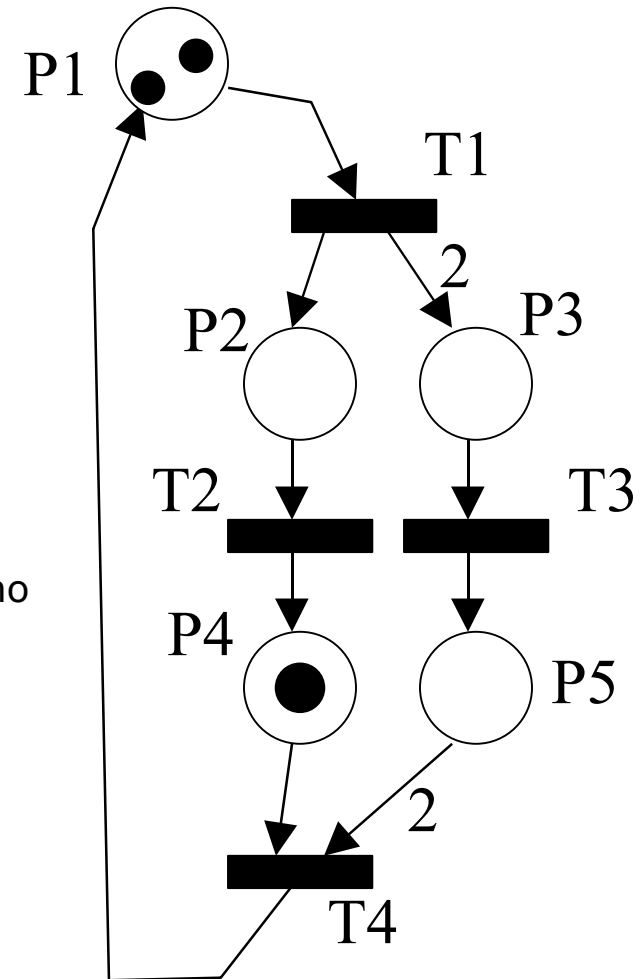
$$W: F \rightarrow \mathbb{N} - \{0\}$$

M_0 è la funzione marcatura iniziale

(dice quanti gettoni ci sono all'inizio in ogni posto)

$$M_0: P \rightarrow \mathbb{N}$$

Esempio



Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- preset e postset -

Preset

Detto n un nodo della rete (posto oppure transizione), il suo preset è l'insieme dei nodi dai quali **parte** un arco che **arriva** a n . Il preset di n s'indica con **pre(n)** o $\cdot n$.

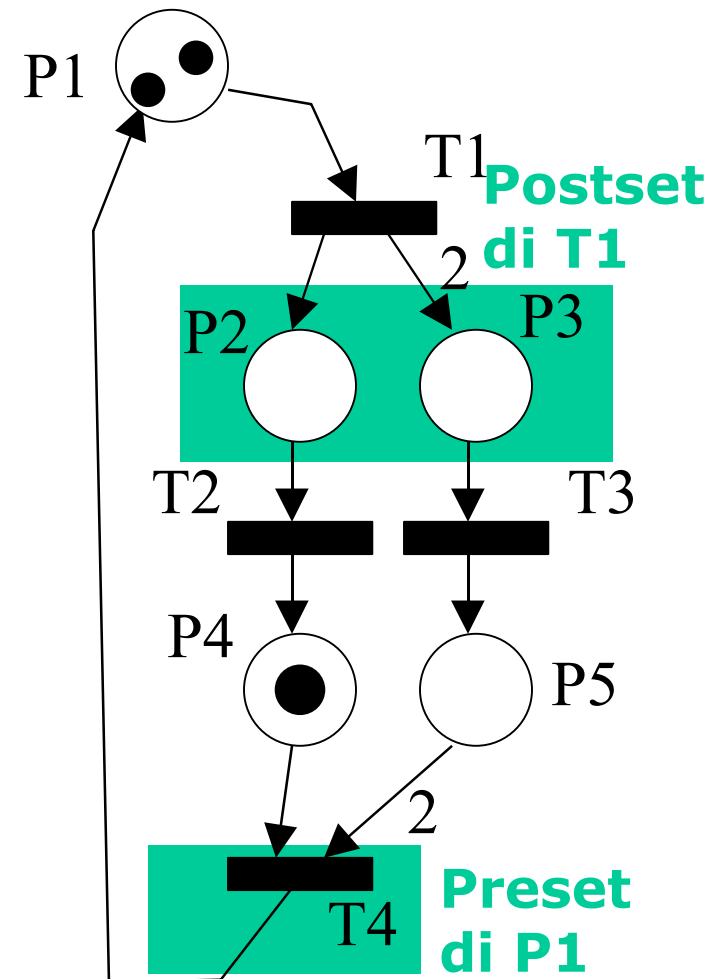
Postset

Detto n un nodo della rete (posto oppure transizione), il suo postset è l'insieme dei nodi ai quali **arriva** un arco che **parte** da n . Il postset di n s'indica con **post(n)** o $n \cdot$.

Osservazione

Poiché la relazione di flusso F connette posti a transizioni (o viceversa) e non posti a posti né transizioni a transizioni, il preset ed il postset di un posto sono composti di sole transizioni, mentre il preset ed il postset di una transizione sono fatti di soli posti.

Esempio



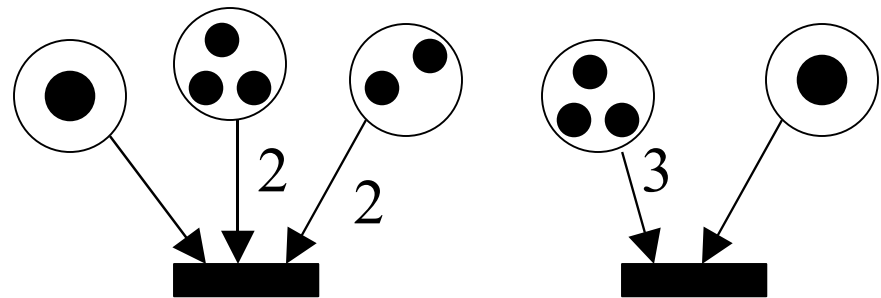
Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- evoluzione -

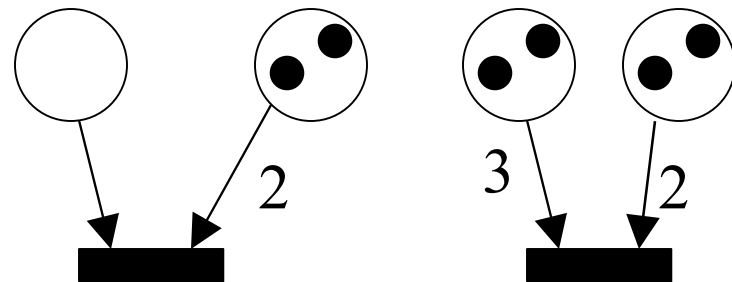
Abilitazione di una transizione

Una transizione è abilitata se **tutti** i posti del suo preset contengono un numero di token almeno pari al peso dell'arco che li connette alla transizione.

Esempi di transizioni abilitate



Esempi di transizioni non abilitate



Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- evoluzione -

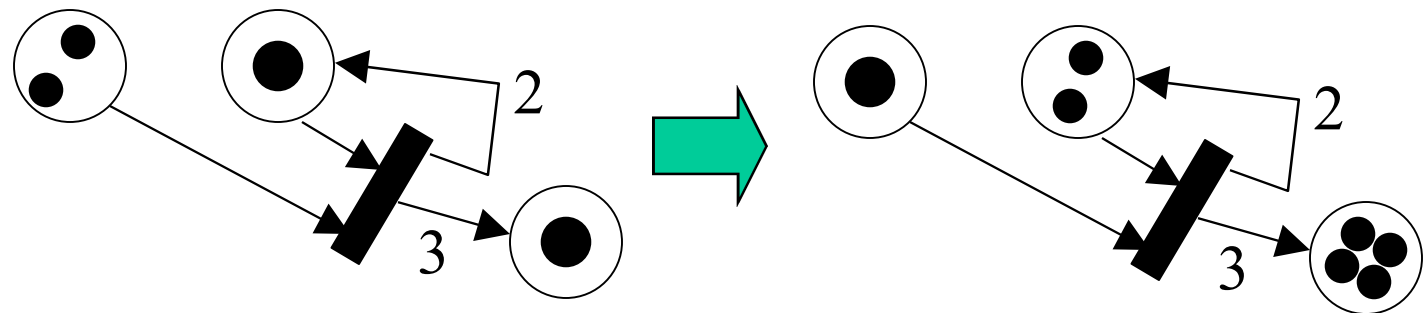
Scatto di una transizione

Lo scatto di una transizione provoca la rimozione da ogni posto a monte (cioè nel suo preset) e l'aggiunta ad ogni posto a valle (cioè nel suo postset) di un numero di gettoni pari al peso degli archi che la collegano a tali posti. La marcatura di tutti i posti che non siano né di ingresso né di uscita alla transizione rimane inalterata.

Esempio 1



Esempio 2



Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

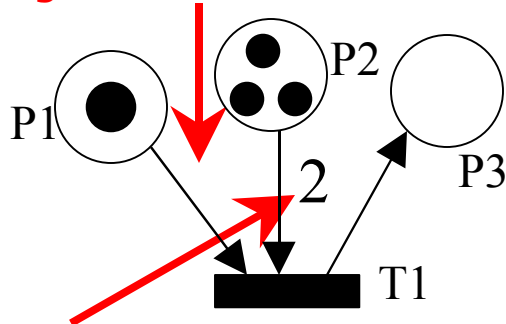
- evoluzione -

Osservazione importante sullo scatto di una transizione

Lungo l'evoluzione della rete, lo scatto delle transizioni provoca un "flusso" di token. Tuttavia, per usare bene le reti al fine di descrivere sistemi fisici, che è quanto ci interessa, non è bene pensare (come invece si potrebbe essere portati a fare) che i token "attraversino" la transizione. E' molto più corretto pensare che i token tolti dai posti di preset **scompaiano** e che **si creino** token nei posti di postset (che infatti possono essere persino in numero diverso).

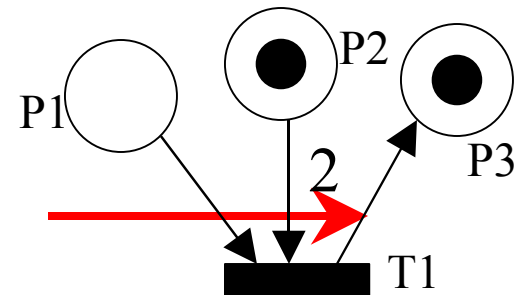
Riconsideriamo l'esempio 1 e diamogli un "senso fisico":

Con 1kg di farina (preso da un magazzino che ne contiene 1kg)



e due uova (prese da un magazzino che ne contiene tre)

si produce una scatola di tagliatelle, la quale finisce in un magazzino che prima era vuoto: adesso il magazzino della farina è vuoto e quello delle uova ne contiene solo uno.



**Significato
di posti,
transizioni
e token**



Token in P1 = 1kg di farina
Token in P2 = 1 uovo
Token in P3 = 1 scatola di tagliatelle

P1 = magazzino farina
P2 = magazzino uova
T1 = produzione di 1 scatola di tagliatelle
P3 = magazzino scatole di tagliatelle

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- evoluzione -

Non determinismo

La regola di scatto non è sufficiente a determinare compiutamente l'evoluzione di una rete perché, in una generica marcatura, può accadere che **più** transizioni risultino abilitate allo scatto (e chiaramente se si sceglie di farne scattare certune o certe altre l'evoluzione futura della rete non è la stessa). Nelle reti P/T standard, cioè quelle trattate nel corso, viene adottata per la determinazione della transizione da far scattare la seguente regola:

**Si consideri una rete P/T con marcatura corrente M
e sia S l'insieme delle transizioni abilitate in M:
solamente una transizione di S viene scelta,
a caso, per lo scatto.**

Osservazioni

Il criterio di scelta è del tutto **non-deterministico**

Il criterio garantisce il rispetto della **località** dell'evoluzione del sistema, cioè **l'indipendenza degli eventi**

Una volta che una transizione abilitata scatta, per decidere quale sarà la futura transizione abilitata a scattare **si deve attuare una nuova valutazione della rete**, in quanto la marcatura creatasi dallo scatto della precedente transizione può aver abilitato nuove transizioni e aver disabilitato alcune di quelle abilitate in precedenza

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- evoluzione -

Osservazione importante

La questione di come scegliere la transizione da far scattare se ve n'è più d'una abilitata è ancora oggetto di dibattito ed **esistono convenzioni diverse**.

I risultati concettuali che saranno mostrati nel corso s'ottengono con la regola enunciata poc'anzi, ma esiste almeno un'alternativa (peraltro molto diffusa nei programmi per la simulazione di reti di Petri).

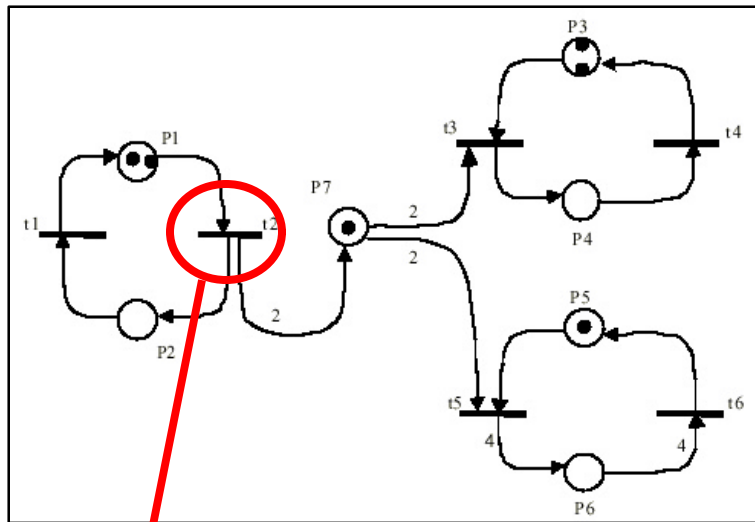
Quest'alternativa differisce dalla regola di scelta appena enunciata essenzialmente perché se tra le transizioni abilitate ve ne sono alcune che **non** sono in conflitto tra loro, queste scattano **tutte**. Quanto a quelle in conflitto, vi sono molte convenzioni diverse: scelta casuale, priorità, e così via.

Questa regola di scelta alternativa è molto diffusa perché molto intuitiva, e pertanto è bene sapere che c'è e che molti prodotti per la simulazione l'adottano.

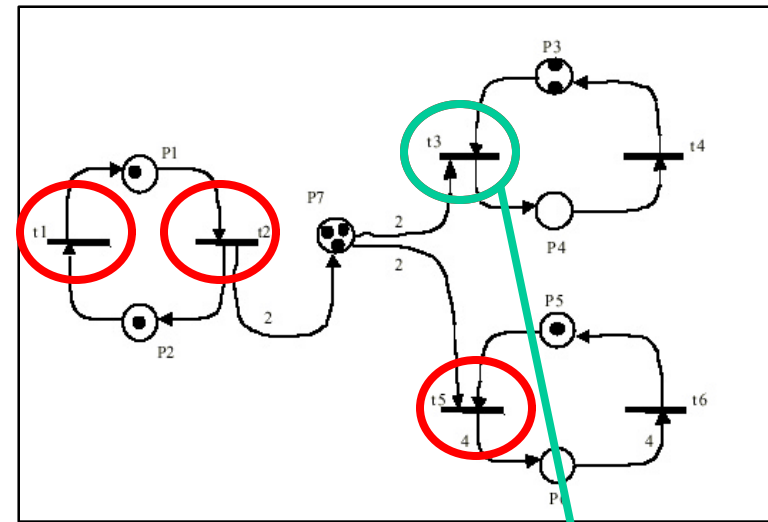
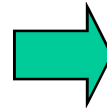
Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- evoluzione -

Esempio di evoluzione

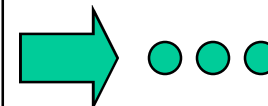
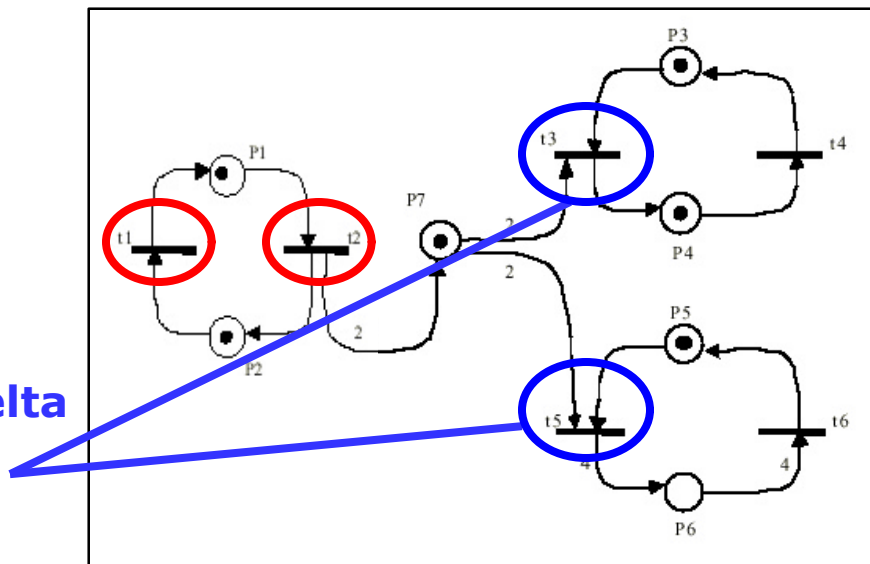


Transizione
abilitata



Transizione
scelta
(a caso)
per lo scatto

Lo scatto della
transizione scelta
ha disabilitato
queste



Le reti di Petri P/T (Posti/Transizioni)

Strutture e proprietà
fondamentali

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- strutture modellistiche fondamentali -

Sequenza (a)

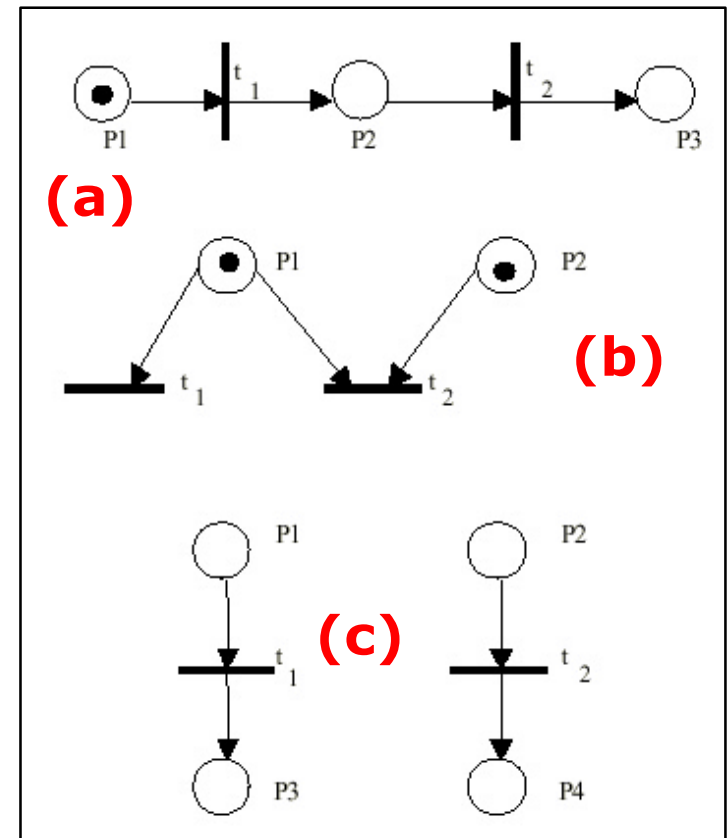
Due transizioni t_1 e t_2 si dicono in **sequenza** e t_1 precede t_2 in una data marcatura M quando, con t_1 abilitata e t_2 non abilitata, lo scatto di t_1 abilita t_2

Conflitto (b)

Due transizioni t_1 e t_2 sono in **conflitto strutturale** se e solo se hanno almeno un posto d'ingresso in comune. Tuttavia, questo non è sufficiente per decidere se due transizioni sono realmente in conflitto fra loro. Due transizioni t_1 e t_2 si dicono in **conflitto effettivo** nella marcatura M se sono in conflitto strutturale, se sono abilitate entrambe in M ed il numero delle marche che i loro posti d'ingresso contengono non è sufficiente a soddisfare tutti i pesi degli archi che li collegano alle due transizioni. Il conflitto strutturale dipende dalla topologia della rete, il conflitto effettivo anche dalla marcatura corrente. Si osservi che il conflitto strutturale non implica che possa verificarsi il conflitto effettivo (la situazione mostrata in figura)

Concorrenza (c)

Due transizioni t_1 e t_2 sono fra loro in **concorrenza strutturale** quando non condividono alcun posto d'ingresso, cioè lo scatto di una delle due transizioni non disabilita l'altra. Si introduce, come nel caso del conflitto, il concetto di concorrenza effettiva, situazione che si presenta solo durante l'evoluzione della rete. Due transizioni t_1 e t_2 si dicono in **concorrenza effettiva** nella marcatura M se sono abilitate entrambe in M . Si osservi che la concorrenza strutturale implica che possa verificarsi quella effettiva.



Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- proprietà fondamentali -

Proprietà delle marcature

Raggiungibilità

Una marcatura M_1 si dice essere raggiungibile a partire da una determinata marcatura M se esiste almeno una sequenza di transizioni tali che facendole scattare a partire da M si ottenga la marcatura M_1 . L'insieme delle marcature raggiungibili dalla marcatura M è indicato con $[M>$. Quindi, per indicare che la marcatura M^* è raggiungibile da M scriveremo $M^* \in [M>$.

Vivezza

Una marcatura M si dice viva se e solo se, scelta una qualsiasi transizione t della rete, da M si può raggiungere una marcatura (che indicheremo con M^*) nella quale t è abilitata; in altre parole, una marcatura M è viva se e solo se, facendo evolvere la rete a partire da essa, non vi sono transizioni che non si riesce ad abilitare. Secondo la notazione appena introdotta, infine, scriveremo che la marcatura M è viva se e solo se $\exists t \in T \exists M^* \in [M>$ tale che t è abilitata in M^* .

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

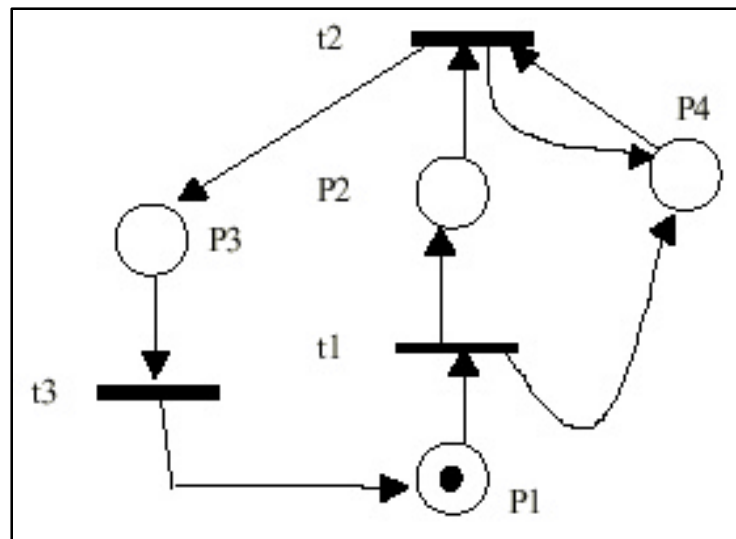
- proprietà fondamentali -

Proprietà dei posti

k-limitatezza

Un posto di una rete si dice k-limitato se in una qualsiasi marcatura raggiungibile della rete il valore della sua marcatura non supera mai un valore prefissato k (cioè se il posto non contiene mai più di k token).

Esempio



Nella rete mostrata in figura il posto P4 non è limitato, in quanto può avere un numero arbitrariamente grande di marche. Infatti, dalla marcatura iniziale indicata in figura, la sequenza di scatti t1 t2 t3 può avvenire infinite volte, e ad ogni scatto di t1 si accumulano gettoni in P4. Invece i posti P1, P2 e P3 sono tutti 1-limitati.

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- proprietà fondamentali -

Proprietà delle transizioni

Vivezza

Detta M_0 la marcatura iniziale di una rete di Petri, una sua transizione t si dice viva se e solo se " $M \hat{=} [M_0 > \$M^* \hat{=} [M >$ tale che t è abilitata in M^* , ovvero se e solo se, a partire da una qualsiasi marcatura raggiungibile da quella iniziale, è possibile raggiungere un'altra marcatura dove la transizione è abilitata.

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- proprietà fondamentali -

Proprietà della rete

Reversibilità

Una rete di Petri con marcatura iniziale M_0 è detta essere reversibile se, per ogni marcatura $M \in [M_0>$, M_0 è raggiungibile da M .

In altre parole, una rete è reversibile se è sempre possibile riportarla nella marcatura iniziale.

Home state

Uno stato (cioè una marcatura) M_i di una rete di Petri è detto essere un home state della rete se, per ogni marcatura $M \in [M_0>$, M_i è raggiungibile da M .

In altre parole, una marcatura è un home state se è possibile andarci da qualsiasi altra marcatura che la rete possa raggiungere.

k-limitatezza

Una rete di Petri si dice k-limitata se tutti i suoi posti sono k-limitati. Una rete limitata non può contenere un numero infinito di marche, e quindi ha un numero finito di marcature possibili.

Dunque una rete k-limitata è equivalente ad un automa a stati finiti, ed è in questo senso che gli automi sono un caso particolare di rete di Petri.

Rete di Petri P/T (Posti/Transizioni)

- proprietà fondamentali -

Proprietà della rete

Vivezza (definizione 1)

Una rete di Petri è viva se e solo se tutte le marcature raggiungibili dalla marcatura iniziale sono vive.

Vivezza (definizione 2)

Una rete di Petri è viva se e solo se tutte le sue transizioni sono vive.

Osservazione

Una transizione t si dice viva se da qualunque marcatura raggiungibile della rete è possibile raggiungerne un'altra in cui la transizione t è abilitata. Chiaramente, se la transizione t scatta (può farlo dato che è abilitata), si raggiunge una marcatura M^{\wedge} della rete che è per definizione raggiungibile da quella iniziale; pertanto, M^{\wedge} ricade nella definizione di transizione viva. Quindi la transizione viva deve poter scattare ancora a partire da M^{\wedge} , ad esempio raggiungendo un'altra marcatura $M^{\wedge\wedge}$ che la abilita di nuovo, e così via. Si deduce quindi che in una rete viva tutte le transizioni possono scattare *infinite* volte *qualunque* sia la marcatura raggiungibile dalla marcatura iniziale. La vivezza è dunque una condizione molto forte. Non è possibile infatti stabilire condizioni necessarie e sufficienti per la vivezza per reti generiche.

Presentazione di PN-Maker