

Esercizio 1

Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu \\ y &= cx + du\end{aligned}$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \beta \\ 4 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 2], \quad d = 0,$$

dire, motivando la risposta, per quali valori della coppia (α, β) esso

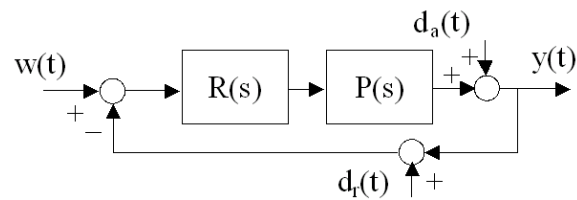
- 1) è asintoticamente stabile;
- 2) presenta una cancellazione polo/zero;
- 3) è strettamente proprio.

Risultato:

- 1)
- 2)
- 3)

Esercizio 2

Dato il sistema di controllo



dove

$$P(s) = 5 \frac{1+2s}{(1+0.2s)^2},$$

$$w(t) = \text{sca}(t), \quad d_a(t) = D_a \sin(\omega_a t), |D_a| < 10, \omega_a < 0.06 \text{ r/s}, \quad d_r(t) = D_r \sin(\omega_r t), |D_r| < 1, \omega_r > 8 \text{ r/s},$$

determinare un regolatore $R(s)$ tale che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e che

- 1) l'errore a transitorio esaurito prodotto da $w(t)$ sia nullo,
- 2) la pulsazione critica ω_c sia maggiore di 0.8 r/s,
- 3) il margine di fase ϕ_m sia di almeno 50° ,
- 4) gli effetti asintoticamente prodotti dai disturbi $d_a(t)$ e $d_r(t)$ su $y(t)$ abbiano ampiezza non superiore a 0.1.

Risultato: **$R(s) =$**

Esercizio 3

il sistema dinamico LTI a tempo discreto

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 2 & 0.5 \end{bmatrix} x(k) + 2u(k)\end{aligned}$$

- 1) dire, motivando la risposta, se esso è asintoticamente stabile, semplicemente stabile o instabile;
- 2) calcolarne la funzione di trasferimento $G(z)$;
- 3) calcolare i primi 3 valori della sua risposta $y(k)$ allo scalino discreto unitario, partendo da $x(0) = [3 \ 0]'$.

Risultato:

Il sistema è

$G(z) =$

$y(0) =$

$y(1) =$

$y(2) =$

Esercizio 4

Dato il sistema di controllo in retroazione LTI a tempo continuo in cui il processo e il regolatore sono rispettivamente descritti dalle funzioni di trasferimento

$$P(s) = \frac{0.5}{s(1+0.01s)}, \quad R(s) = 2 \frac{1+10s}{s}$$

e dovendo realizzare il regolatore con tecnologia digitale

- 1) determinare il tempo di campionamento T_s in modo che la pulsazione di campionamento ω_s sia superiore di almeno una decade alla pulsazione critica ω_c e che il decremento del margine di fase ϕ_m dovuto a campionamento, tenuta e ritardo di calcolo non superi i 4° ,
- 2) calcolare la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore a tempo discreto ottenuto da $R(s)$ col metodo di Eulero esplicito e con il valore di T_s determinato,
- 3) esprimere la corrispondente legge di controllo a tempo discreto.

Risultato:

$T_s =$

$R^*(z) =$

$u(k+1) =$

Domande

1. La dimensioni dello spazio di stato di un sistema dinamico è pari
 - ☐ al numero delle sue variabili di stato.
 - ☐ al numero dei suoi poli.
 - ☐ al suo guadagno (eventualmente generalizzato).
2. Un sistema dinamico LTI a tempo continuo certamente non è semplicemente stabile se
 - ☐ nessuno dei suoi autovalore è reale.
 - ☐ ha guadagno negativo.
 - ☐ nessuno dei suoi autovalori ha parte reale nulla.
3. La risposta di un sistema LTI asintoticamente stabile all'ingresso $\text{sca}(t) - \text{sca}(t-k)$, con $0 < k < \infty$, tende, per $t \rightarrow \infty$,
 - ☐ a t^k .
 - ☐ a e^{-kt} .
 - ☐ a zero.
4. Il movimento libero dell'uscita di un sistema dinamico LTI è costituito
 - ☐ da una combinazione lineare dei suoi modi.
 - ☐ dai modi forzati dall'ingresso.
 - ☐ dagli autovalori del sistema.
5. Se in un sistema di controllo in retroazione vi è un disturbo sinusoidale sulla linea di andata, perché il regolatore possa contrastarlo è necessario che la sua pulsazione sia
 - ☐ molto maggiore della pulsazione critica.
 - ☐ molto minore della pulsazione critica.
 - ☐ il più elevata possibile.
6. Detta $L(s)$ la funzione di trasferimento d'anello di un sistema di controllo in retroazione e ω_c la pulsazione critica corrispondente, l'espressione della quantità detta "fase critica" è
 - ☐ $\arg^\circ(L(j\omega_c))$.
 - ☐ $180^\circ - |\arg^\circ(L(j\omega_c))|$.
 - ☐ $20 \log_{10}|L(j\omega_c)|$.
7. Quando si realizzano con tecnologia digitale dei regolatori progettati a tempo continuo, la velocità di calcolo della macchina utilizzata
 - ☐ non ha in generale alcun effetto.
 - ☐ provoca in generale delle oscillazioni.
 - ☐ determina un limite inferiore per il tempo di campionamento.
8. Il metodo cosiddetto di "discretizzazione esatta" si basa
 - ☐ sulla sostituzione dell'operatore derivata con il rapporto incrementale.
 - ☐ sull'evoluzione del sistema a tempo continuo per un tempo pari a un passo di campionamento.
 - ☐ sulla corrispondenza tra le regioni di stabilità dei piani s e z .
9. Spiegare a che cosa serve il criterio di Routh.

10. Illustrare in breve la relazione tra i criteri di Nyquist e di Bode.

11. Dire quanto vale c dopo l'esecuzione dei seguenti comandi Matlab (o Scilab)

```
>> A=[1 2 3;0 0 2];  
>> b=[1 1]';  
>> c=[A,b]*[1 0 0 1]';
```

12. Con riferimento all'esperimento di controllo svolto in laboratorio, spiegare perché un modello del prim'ordine si rivela sufficiente per una taratura di massima del regolatore PID, pur essendo la dinamica del sistema da regolare di ordine superiore a uno.