

Esercizio 1

Dato il sistema SISO a tempo continuo

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

- a) dire, motivando la risposta, se è o meno dinamico, lineare, tempo-invariante e (strettamente) proprio;
- b) dire, motivando la risposta, se esso è asintoticamente stabile, semplicemente stabile o instabile;
- c) calcolare il movimento $y(t)$ dell'uscita prodotto da $x(0) = [1 \ 0]'$ e $u(t) = 2\text{sca}(t)$.

Risultato:

a)

b)

c) $y(t) =$

Esercizio 2

Dato il sistema dinamico LTI SISO a tempo discreto

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} x(k)\end{aligned}$$

calcolare i primi 3 valori del movimento $y(k)$ dell'uscita prodotto da $x(0)=[1 \ 1]'$ e $u(k)=\text{sca}(k)$.

Risultato:

$y(0) =$

$y(1) =$

$y(2) =$

Esercizio 3

Dato il sistema dinamico non lineare, tempo invariante a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= x^2(t) - 2x(t) + 4u(t) \\ y(t) &= x(t)u(t)\end{aligned}$$

- a) calcolarne eventuali stati e uscite di equilibrio a fronte dell'ingresso costante $u(t) = 0$;
- b) discutere la stabilità degli eventuali equilibri trovati.

Risultato:

a)

b)

Esercizio 4

Si consideri il sistema dinamico LTI SISO a tempo continuo con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$ costituito da un anello di retroazione negativa in cui il blocco d'andata ha funzione di trasferimento

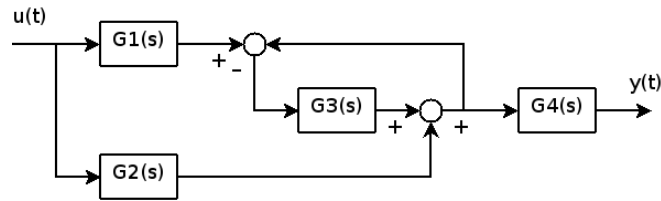
$$A(s) = \frac{1}{2s^2 + 4s - 2}$$

mentre il blocco sulla linea di retroazione è costituito da un semplice guadagno, da indicarsi con k . Si chiede

- a) di disegnare lo schema a blocchi del sistema;
- b) di dire, motivando la risposta e cercando di ridurre al minimo i calcoli, per quali valori di k il sistema risulta asintoticamente stabile

Esercizio 5

Dato il sistema dinamico LTI SISO a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi



- esprimere la funzione di trasferimento da $U(s)$ a $Y(s)$ in funzione di quelle dei singoli blocchi;
- dire, motivando la risposta, se l'asintotica stabilità di qualcuno dei blocchi è necessaria per l'asintotica stabilità del sistema complessivo.

Esercizio 6

Tracciare sul foglio di carta semilogaritmica allegato i diagrammi di Bode asintotici (del modulo e della fase) relativi alla risposta in frequenza della funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{5(1+s)(1-s)}{s(1+10s)(1+0.1s)}$$

e calcolare col regolo delle fasi (presente sull'ultimo foglio del fascicolo, da staccare a tale scopo) il valore di $\arg^\circ(G(j3))$, riportando il risultato sul foglio semilogaritmico stesso e indicando nel calcolo il valore dei vari contributi additivi.

Domande

1. Un sistema dinamico a tempo continuo nella forma

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t)$$
 è detto lineare se
 - ☐ le funzioni f e g sono lineari in x e u .
 - ☐ le funzioni f e g sono lineari in x , u , t .
 - ☐ le funzioni f e g sono lineari in x .
2. I concetti di “movimento libero” e “movimento forzato” hanno senso nel contesto dei sistemi dinamici
 - ☐ del prim'ordine.
 - ☐ lineari.
 - ☐ strettamente propri.
3. Il movimento libero dell'uscita di un sistema dinamico LTI SISO descritto nello spazio di stato dalla quaterna (A, b, c, d) dipende
 - ☐ da A , b , c e d
 - ☐ da A e c .
 - ☐ da A e b .
4. Il movimento libero dell'uscita di un sistema dinamico LTI SISO asintoticamente stabile soggetto a ingresso costante, per $t \rightarrow \infty$,
 - ☐ tende a zero.
 - ☐ in generale non ammette limite.
 - ☐ tende a un valore costante.
5. La trasformata di Laplace è un operatore
 - ☐ lineare.
 - ☐ tempo-invariante.
 - ☐ reale.
6. Perché il sistema dinamico LTI ottenuto dal parallelo di più blocchi sia asintoticamente stabile, la stabilità asintotica di tutti i blocchi che lo compongono
 - ☐ è sufficiente.
 - ☐ è necessaria.
 - ☐ è necessaria e sufficiente.
7. Connettendo tra loro più sistemi dinamici, ognuno dei quali privo di parti nascoste, si ottiene un sistema complessivo che
 - ☐ può avere parti nascoste.
 - ☐ non avere parti nascoste.
 - ☐ non può essere instabile.
8. Il diagramma polare di una risposta in frequenza riporta rispettivamente in ascissa e in ordinata
 - ☐ la pulsazione e il valore della risposta in frequenza.
 - ☐ la pulsazione (in scala logaritmica) e il modulo (in dB).
 - ☐ le parti reale e immaginaria della risposta in frequenza.
9. Dare la definizione di “stato di equilibrio” di un sistema dinamico tempo-invariante soggetto a ingresso costante.

10. Dire quando un sistema dinamico presenta delle parti nascoste e spiegare, aiutandosi con un esempio se lo si ritiene opportuno, cosa tali parti nascoste significano relativamente al comportamento di tale sistema e – soprattutto – alla completezza (o incompletezza) descrittiva della sua funzione di trasferimento..