

Esercizio 1

Dato il sistema SISO a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -0.5x(t) + 2u(t) \\ y(t) &= 4x(t)\end{aligned}$$

- a) dire, motivando la risposta, se è o meno dinamico, lineare, tempo-invariante e (strettamente) proprio;
- b) calcolare il movimento $y(t)$ dell'uscita prodotto da $x(0)=1$ e $u(t)=\text{sca}(t)$.

Risultato:

a)

b) $y(t) =$

Esercizio 2

Dato il sistema dinamico LTI SISO a tempo discreto

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \begin{bmatrix} -1.2 & -0.7 \\ 3.4 & 1.9 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k)\end{aligned}$$

- a) discuterne la stabilità, motivando le affermazioni fatte;
- b) calcolare i primi 3 valori del movimento libero $y_L(k)$ dell'uscita prodotto da $x(0)=[2 \ 0]'$;
- c) esprimere, *senza calcolarlo*, il valore di $y_L(1000)$.

Risultato:

a)

b) $y_L(0) =$ $y_L(1) =$ $y_L(2) =$

c) Espressione di $y_L(1000)$: $y_L(1000) =$

Esercizio 3

Dato il sistema dinamico non lineare, tempo invariante a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1^2(t) - u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sqrt{x_1(t)} - x_2(t) \\ y(t) &= 4x_2^3(t) + u^2(t)\end{aligned}$$

- a) calcolarne eventuali stati e uscite di equilibrio a fronte dell'ingresso costante $u(t) = 4$;
b) discutere la stabilità degli eventuali equilibri trovati.

Risultato:

a)

b)

Esercizio 4

Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo il cui polinomio caratteristico è

$$\pi(s) = s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 4s^2 + s + 1$$

dire, motivando la risposta, se esso è o meno asintoticamente stabile.

Risultato:

Esercizio 5

Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$, composto da 5 blocchi con funzioni di trasferimento $G_{1..5}(s)$ e avente per funzione di trasferimento complessiva

$$G(s) = \frac{[G_1(s) + G_2(s)]G_3(s)[1 + G_5(s)]}{1 + G_3(s)G_4(s)}$$

disegnarne un possibile schema a blocchi.

Esercizio 6

Tracciare sul foglio di carta semilogaritmica allegato i diagrammi di Bode asintotici della risposta in frequenza relativi alla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100(1-s)(1+0.1s)}{s(1+s)(1+0.5s)^2}$$

Domande

1. Un sistema dinamico a tempo continuo nella forma $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$
 $y(t) = g(x(t), u(t), t)$
 è detto tempo-invariante se
 - ☐ le funzioni f e g sono lineari in t .
 - ☐ le funzioni f e g non contengono esplicitamente t .
 - ☐ la funzione g non contiene esplicitamente t .
2. Il movimento libero dell'uscita di un sistema dinamico LTI asintoticamente stabile
 - ☐ dipende dall'ingresso.
 - ☐ può divergere per ordini alti del sistema.
 - ☐ tende a zero al tendere del tempo all'infinito.
3. Il movimento forzato dell'uscita di un sistema dinamico LTI SISO a tempo discreto descritto nello spazio di stato dalla quaterna (A, b, c, d) dipende
 - ☐ da A, b, c e d
 - ☐ da b e d .
 - ☐ da A e d .
4. L'espressione generale della funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema dinamico LTI a tempo continuo descritto dalla quaterna (A, b, c, d) è
 - ☐ $c(sI - A)^{-1}b + d$.
 - ☐ $c(sI - A)b + d$.
 - ☐ $c(s - A)^{-1}b + d$.
5. Se un sistema dinamico LTI a tempo continuo presenta “parti nascoste” nel calcolo della sua funzione di trasferimento risultano
 - ☐ zeri nel semipiano destro.
 - ☐ poli nel semipiano destro.
 - ☐ cancellazioni.
6. Perché il sistema dinamico LTI ottenuto dalla cascata di più blocchi sia asintoticamente stabile, la stabilità asintotica di tutti i blocchi componenti il sistema
 - ☐ è soltanto necessaria.
 - ☐ è soltanto sufficiente.
 - ☐ è necessaria e sufficiente.
7. I poli di un sistema dinamico retroazionato negativamente un blocco di funzione di trasferimento $A(s)$ sulla linea d'andata e uno di funzione di trasferimento $R(s)$ sulla linea di retroazione
 - ☐ sono tutti quelli di $A(s)$ e tutti quelli di $R(s)$.
 - ☐ non dipendono in modo semplice da quelli di $A(s)$ e $R(s)$.
 - ☐ non sono definiti.
8. Il diagramma di Bode del modulo di una risposta in frequenza riporta rispettivamente in ascissa e in ordinata
 - ☐ la pulsazione (in scala logaritmica) e il modulo (in dB).
 - ☐ la parte reale e la parte immaginaria.
 - ☐ il modulo (in dB) e la fase (in gradi).
9. Dare, in breve ma con precisione, la definizione di “equilibrio asintoticamente stabile” di un sistema dinamico.

10. Dato il sistema dinamico LTI SISO a tempo continuo descritto dalla quaterna (A, b, c, d) , dire come si può procedere per trovare una qualsiasi altra quaterna (A', b', c', d') che lo descriva, preservandone quindi (ovviamente) la funzione di trasferimento.