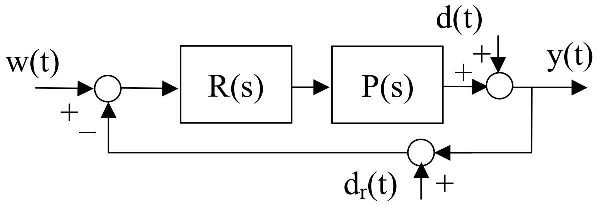
Esercizio 1

Dato il sistema di controllo



dove $P(s) = 10\dfrac{e^{-0.2s}}{(1+0.2s)(1+5s)}$,

a) determinare un regolatore R(s) di tipo PI in modo che il sistema di controllo in anello chiuso sia asintoticamente stabile e che

   la pulsazione critica ω_c sia almeno pari a 0.8 r/s;
   il margine di fase φ_m sia di almeno 60°;

b) valutare (anche approssimativamente) l'ampiezza A della sinusoide prodotta asintoticamente su y(t), in presenza del regolatore progettato, da un disturbo d(t)=sin(0.1t).

c) valutare (anche approssimativamente) l'ampiezza B della sinusoide prodotta asintoticamente su y(t), in presenza del regolatore progettato, da un disturbo $d_r(t)$=20sin(5t).

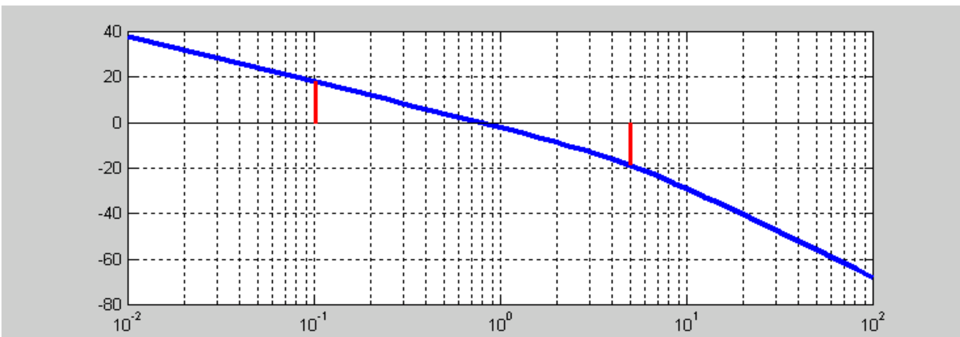
a) Data la natura del problema è conveniente utilizzare lo zero del PI per cancellare il polo più lento del processo, ovvero, scrivendo il regolatore nella forma

$$R(s) = K\frac{1+sT_i}{sT_i}$$

porre T_i = 5. Per calcolare K, si osserva che la funzione di trasferimento d'anello vale

$$L(s) = 2K\frac{e^{-0.2s}}{s(1+0.2s)}$$

e quindi, per avere ω_c = 0.8, basta porre K = 0.4, il che produce φ_m = 72°. Dato che anche il vincolo su φ_m è soddisfatto, la sintesi del PI è così conclusa. Il diagramma di Bode di $|L(j\omega)|$ è riportato di seguito.

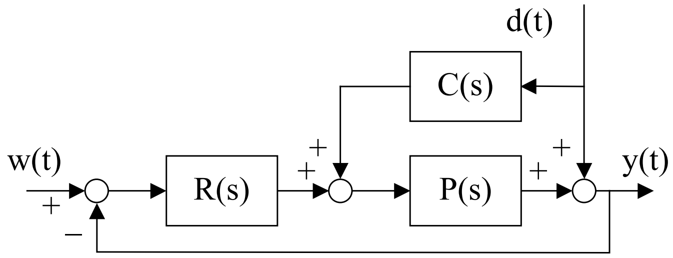


b) Poiché $|L(j0.1)|$ vale circa 18 dB, ovvero 8, A è circa 1/8, ovvero 0.125.

c) Poiché$|L(j5)|$ vale approssimativamente-20dB, ovvero 0.1, B è circa 2.

Esercizio 2

Dato il sistema di controllo



dove $P(s) = \dfrac{2}{1+2s+s^2}$, $R(s) = \dfrac{1+s}{s}$

determinare la funzione di trasferimento C(s) in modo che l'effetto su y di un disturbo d(t) del tipo Dsin (ωt), con ω<5, risulti asintoticamente (quasi) nullo.

Poiché

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1+C(s)P(s)}{1+R(s)P(s)}$$

per avere la compensazione perfetta di d(t) occorre 1+C(s)P(s)=0, ovvero

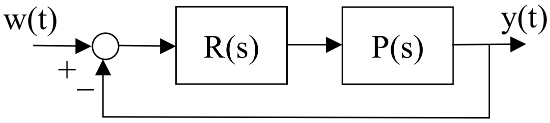
$$C(s) = -\frac{1}{P(s)} = -\frac{1+2s+s^2}{2}$$

che, palesemente, non è realizzabile. Per ottenere un compensatore realizzabile sìintroduce allora il necessario numero di poli ad una pulsazione superiore (in questo caso si sceglie di 10 volte) alla massima contenuta nel disturbo. Si ottiene così

$$C(s) = -\frac{1+2s+s^2}{2(1+s/0.5)^2}$$

Esercizio 3

Dato il sistema di controllo



dove $P(s)=\dfrac{1}{(1+s)(1+5s)}$, $R(s)=\dfrac{1+5s}{s}$

a) determinare approssimativamente la pulsazione critica ω_c ed il margine di fase φ_m;

b) dovendo realizzare R(s) con tecnologia digitale, determinare il tempo di campionamento T_s in modo che l'attenuazione introdotta da L(jω) alla pulsazione di Nyquist sia di almeno 40 dB;

c) scrivere la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore ottenuto discretizzando R(s) con il metodo di Eulero implicito e con il valore di T_s determinato al punto precedente;

d) scrivere la corrispondente legge di controllo a tempo discreto.

a) Risulta

$$L(s)=\frac{1}{s(1+s)}$$

col che, anche senza uno studio approfondito del diagramma di Bode del modulo, si ha che, approssimativamente, $\omega_c = 1$ e $\varphi_m = 45°$.

b) Dato che la pendenza di $|L(j\omega)|$ oltre ω_c è –2, l'attenuazione di 40 dB si ha a partire da ω=10. Quindi occorre che ω_N=10, da cui $T_s=\pi/10$. Per comodità, si userà Ts=0.1.

c) Risulta

$$R^*(z)=\frac{1+5\dfrac{z-1}{0.1z}}{\dfrac{z-1}{0.1z}}=\frac{0.1z+5z-5}{z-1}=\frac{5.1z-5}{z-1}$$

d) Detti rispettivamente $e^*(k)$ ed $u^*(k)$ l'ingresso e l'uscita di $R^*(z)$, e dette $E^*(z)$ ed $U^*(z)$ le loro trasformate Zeta, si ha

$(5.1z-5)E^*(z) = (z-1)U^*(z)$

$5.1e^*(k+1)-5e^*(k) = u^*(k+1)-u^*(k)$

La legge di controllo è quindi

$u^*(k+1) = u^*(k)-5.1e^*(k+1)+5e^*(k)$

Esercizio 4

Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0.5x_1(k) + 0.4x_2(k) \\ x_2(k+1) = 0.2x_1(k) - 0.5x_2(k) + 2u(k) \\ y(k) = x_1(k) + u(k) \end{cases}$$

a) dire se è asintoticamente stabile o no;

b) dire se è proprio o improprio;

c) calcolare i primi 4 campioni della sua uscita y(k) quando l'ingresso u(k) è l'impulso discreto unitario applicato in k=0 e le condizioni iniziali sono $x_1(0)=0$, $x_2(0)=1$.

a) La matrice dinamica A del sistema è

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}$$

I cui autovalori sono $z_1=0.574$ e $z_2=-0.574$, ambedue di modulo minore di 1. Il sistema è quindi asintoticamente stabile.

b) Il sistema è improprio, in quanto l'ingresso u(k) compare nell'equazione d'uscita.

c) Risulta

$y(0)=x_1(0)+u(0)=0+1=1$

$x_1(1)=0.5x_1(0)+0.4x_2(0)=0.5\cdot 0+0.4\cdot 1=0.4$
$x_2(1)=0.2x_1(0)-0.5x_2(0)+2u(0)=0.2\cdot 0-0.5\cdot 1+2\cdot 1=1.5$

$y(1)=x_1(1)+u(1)=0.4+0=0.4$

$x_1(2)=0.5x_1(1)+0.4x_2(1)=0.5\cdot 0.4+0.4\cdot 1.5=0.8$
$x_2(2)=0.2x_1(1)-0.5x_2(1)+2u(1)=0.2\cdot 0.4-0.5\cdot 1.5+2\cdot 0=-0.67$

$y(2)=x_1(2)+u(2)=0.8+0=0.8$

$x_1(3)=0.5x_1(2)+0.4x_2(2)=0.5\cdot 0.8+0.4\cdot(-0.67)=0.132$
$x_2(3)=0.2x_1(2)-0.5x_2(2)+2u(2)=0.2\cdot 0.8-0.5\cdot(-0.67)+2\cdot 0=0.495$

$y(3)=x_1(3)+u(3)=0.132+0=0.132$

Domande

1. Un regolatore in retroazione non può attenuare un disturbo sinusoidale presente sulla linea di retroazione se la pulsazione di tale disturbo è

- ☑ molto minore della pulsazione critica.
- ☐ molto maggiore della pulsazione critica.
- ☐ circa pari alla pulsazione critica.

2. Nel diagramma polare della risposta in frequenza di un sistema dinamico LTI, la pulsazione

- ☐ si trova sull'asse delle ascisse.
- ☐ non compare in nessun modo.
- ☑ è il parametro che punteggia la curva.

3. Un sistema dinamico LTI a tempo continuo a fase minima certamente

- ☑ non ha zeri nel semipiano destro.
- ☐ è improprio.
- ☐ contiene un ritardo in cascata.

4. Quando si realizza con tecnologia digitale un regolatore LTI in retroazione progettato a tempo continuo, nella scelta del tempo di campionamento è bene tenere conto, tra l'altro,

- ☐ dell'ordine del regolatore.
- ☑ della velocità di elaborazione della macchina.
- ☐ del comportamento in alta frequenza del processo.

5. Nei regolatori di tipo PID, l'azione integrale serve

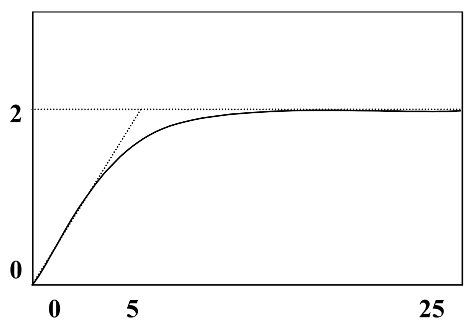
- ☐ ad aumentare la pulsazione critica.
- ☐ ad aumentare il margine di fase.
- ☑ a garantire errore nullo a transitorio esaurito.

6. Scrivere le istruzioni Matlab necessarie per definire nel workspace la funzione di trasferimento con guadagno pari a 3, uno zero nel semipiano destro con pulsazione d'angolo pari a 2 e due poli coincidenti nel semipiano sinistro con pulsazione d'angolo pari a 0.5, e per tracciare i relativi diagrammi di Bode e polare.

```
>> system = tf(3*[-1/2 1],conv([1/0.5 1],[1/0.5 1]));
>> bode(system);
>> nyquist(system);
```

7. Disegnare *approssimativamente*, ma indicando sugli assi i valori numerici principali, il risultato del comando Matlab

```
>> step(tf(2,[5 1]));
```



8. Con riferimento all'esperimento di laboratorio consistente nel controllo della temperatura della piastrina metallica agendo sul comando al transistor T1, mentre T2 agisce come un disturbo e la ventola non viene considerata, disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo, evidenziando le variabili d'interesse. Non si richiede di rappresentare l'effetto. della temperatura dell'aria.

Una possibile rappresentazione, dove si adotta l'approssimazione lineare (come del resto si è fatto per la sintesi del controllo) e dove Q1 e Q2 sono i comandi ai due transistor mentre Tp è la temperatura della piastrina metallica, è la seguente.