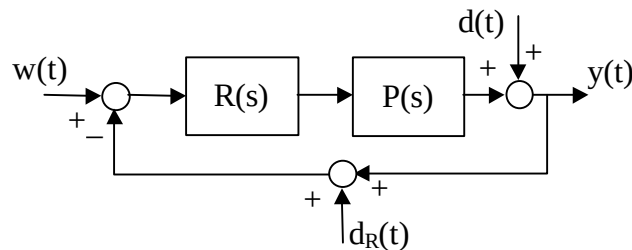


Esercizio 1

Dato il sistema di controllo



dove $P(s) = \frac{20}{(1+s)(1+0.2s)}$, $w(t) = 5\text{sca}(t)$, $d(t) = \text{sca}(t)$ e $d_R(t) = \sin(\bar{\omega}t)$, $20 \leq \bar{\omega} \leq 50$,

determinare $R(s)$ in modo che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e che

- l'errore a transitorio esaurito prodotto da $w(t)$ e da $d(t)$ – cioè con $d_R(t) = 0$ – sia nullo;
- la pulsazione critica ω_c sia compresa tra 0.4 e 2 r/s;
- il margine di fase ϕ_m sia di almeno 45° ;
- il disturbo d_R compaia sull'uscita y attenuato di almeno 30 dB.

NOTA: non è strettamente richiesto ma, se ottenuto, sarà considerato positivamente nella valutazione il fatto che il regolatore non abbia più di due poli.

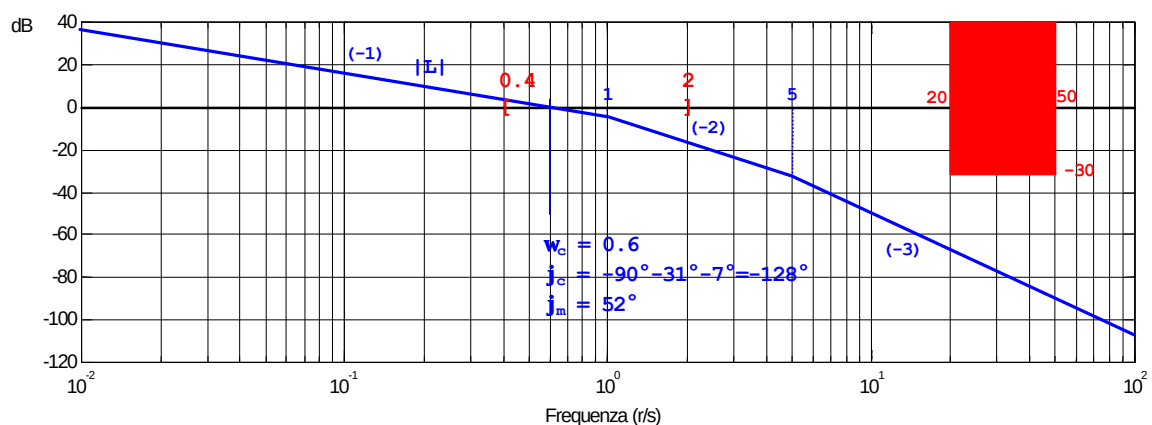
Il progetto statico richiede un regolatore di tipo 1. Infatti,

$$|e_\infty| = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{E(s)}{W(s)} W(s) + \frac{E(s)}{D(s)} D(s) \right)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{s^{g_R}}{s^{g_R} + 20\mu_R} \frac{5}{s} - \frac{s^{g_R}}{s^{g_R} + 20\mu_R} \frac{1}{s} \right) = 0 \text{ con } g_R = 1, \forall \mu_R.$$

I vincoli sul diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento d'anello $L=RP$ sono indicati in figura, assieme ad una possibile soluzione data da

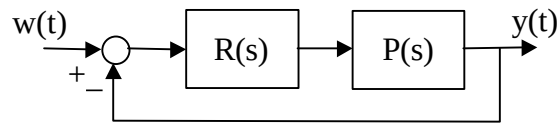
$$L(s) = \frac{0.6}{s(1+s)(1+0.2s)} \Rightarrow R(s) = \frac{0.03}{s}$$

**Risultato:**

$$R(s) = \frac{0.03}{s}$$

Esercizio 2

Dato il sistema di controllo



dove $P(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+s)}$ e $R(s) = 0.1 \frac{1+10s}{s}$

- calcolare (anche approssimativamente) la pulsazione critica ω_c ed il margine di fase ϕ_m ;
- dovendo realizzare il regolatore con tecnologia digitale, determinare (motivando brevemente la scelta) un valore “ragionevole” per il tempo di campionamento T_s ;
- con il valore di T_s scelto, calcolare il decremento $\Delta\phi_m$ del margine di fase dovuto alla realizzazione digitale;
- con il valore di T_s scelto, scrivere la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore ottenuto discretizzando $R(s)$ con il metodo di Eulero implicito.

a) La funzione di trasferimento d’anello è

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{0.1}{s(1+s)}$$

che ha $\omega_c = 0.1$ rad/sec e $\phi_m = 180^\circ - |-90 - \arctg(0.1)| = 84.3^\circ$.

b) Una scelta “ragionevole” è porre la pulsazione di campionamento ω_s ad un valore “ben maggiore” di ω_c . Ponendola ad esempio a 50 volte ω_c s’ottiene

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = 50 \cdot 0.1 \Rightarrow T_s = \frac{2\pi}{5} = 1.26 \text{ sec.}$$

c) Nel caso peggiore il margine di fase diminuisce della quantità

$$\Delta\phi_m = \frac{3}{2} \omega_c T_s = \frac{3}{2} \cdot 0.1 \cdot 1.26 \frac{180^\circ}{\pi} = 10.83^\circ.$$

d) Il metodo di Eulero implicito costituisce nel calcolare $R^*(z)$ come

$$\begin{aligned} R^*(z) &= R\left(\frac{z-1}{zT_s}\right) \\ &= 0.1 \frac{1+10 \frac{z-1}{1.26z}}{\frac{z-1}{1.26z}} = \dots = \frac{1.126z-1}{z-1} \end{aligned}$$

Risultato:

$$\omega_c = 0.1 \text{ rad/sec}$$

$$\mathbf{j}_m = 84.3^\circ$$

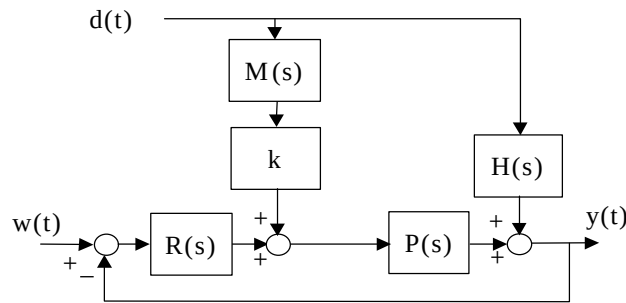
$$T_s = 1.26 \text{ sec}$$

$$\mathbf{Dj}_m = 10.83^\circ$$

$$R^*(z) = \frac{1.126z-1}{z-1}$$

Esercizio 3

Dato il sistema di controllo



dove $P(s) = \frac{1}{1+4s}$, $R(s) = 10$, $H(s) = \frac{0.5}{1+2s}$, $M(s) = \frac{1}{1+0.2s}$ e $d(t) = 20\text{sca}(t)$,

- determinare la costante k in modo da annullare *a regime* l'effetto del disturbo d su y .
- dire (motivando la risposta) se, sostituita la costante k con una funzione di trasferimento $C(s)$, è possibile scegliere quest'ultima in modo che la compensazione del disturbo sia perfetta.

- a) La funzione di trasferimento da d ad y risulta essere

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{M(s)kP(s) + H(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

Pertanto, annullandone il numeratore per $s = 0$ (giacché si chiede la compensazione a regime) si ricava

$$M(0)kP(0) + H(0) = 0 \Rightarrow 1 \cdot k \cdot 1 + 0.5 = 0.$$

Quindi, la costante k cercata vale -0.5 .

- b) Per avere la compensazione perfetta di d occorre che $C(s)$ soddisfi la relazione

$$M(s)C(s)P(s) + H(s) = 0 \Rightarrow C(s) = -\frac{H(s)}{M(s)P(s)}.$$

Dal momento che $P(s)$, $H(s)$ e $M(s)$ hanno tutte un polo e nessuno zero, ne consegue che $C(s)$ dovrebbe avere due zeri ed un polo. Non sarebbe allora fisicamente realizzabile, per cui la risposta al quesito è no.

Risultato:

$k = -0.5$

Esercizio 4

Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(z) = \frac{2}{z - 0.5},$$

calcolare i primi quattro campioni della sua risposta allo scalino (discreto) unitario.

Dalla funzione di trasferimento $G(z)$ è possibile scrivere, detti rispettivamente $u(k)$, $y(k)$ l'ingresso e l'uscita del sistema e $U(z)$, $Y(z)$ le loro trasformate Zeta,

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{2}{z - 0.5} \Rightarrow zY(z) - 0.5Y(z) = 2U(z)$$

e dunque, antitrasformando (le condizioni iniziali s'assumono nulle),

$$y(k+1) = 0.5y(k) + 2u(k).$$

Quindi, ricordando che l'espressione dello scalino discreto unitario è

$$sca(k) = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 1 & k \geq 0 \end{cases}$$

ne risulta

$$y(0) = 0.5y(-1) + 2u(-1) = 0.5 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$y(1) = 0.5y(0) + 2u(0) = 0.5 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$$

$$y(2) = 0.5y(1) + 2u(1) = 0.5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 3$$

$$y(3) = 0.5y(2) + 2u(2) = 0.5 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 3.5$$

Risultato:

$$y(0) = 0$$

$$y(1) = 2$$

$$y(2) = 3$$

$$y(3) = 3.5$$

Domande

1. Detta $L(s)$ la funzione di trasferimento d'anello di un sistema di controllo con retroazione negativa, il criterio di Nyquist dice che il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile se e solo se il numero di giri (contati positivi in senso antiorario) compiuti dal diagramma di Nyquist di L attorno al punto -1 eguaglia
 - ☐ il numero di poli di L con parte reale negativa.
 - ☒ il numero di poli di L con parte reale positiva.
 - ☐ il numero di poli di L meno il numero di zeri di L .
2. Un sistema dinamico LTI asintoticamente stabile e con funzione di trasferimento razionale fratta è detto "a fase minima" se non ha
 - ☐ tipo diverso da zero.
 - ☐ zeri nel semipiano sinistro.
 - ☒ zeri nel semipiano destro.
3. Se, dopo aver progettato un sistema di controllo in retroazione in modo da ottenere l'asintotica stabilità in anello chiuso, in cascata al processo s'inserisce un ritardo puro, il margine di fase ne risulta
 - ☒ diminuito e si potrebbe perdere la stabilità.
 - ☐ diminuito ma non si può perdere la stabilità.
 - ☐ diminuito, invariato o accresciuto a seconda dei casi.
4. Un sistema dinamico LTI a tempo discreto è asintoticamente stabile se e soltanto se tutti i suoi autovalori hanno
 - ☒ modulo strettamente minore di 1.
 - ☐ parte reale strettamente negativa.
 - ☐ parte reale e parte immaginaria comprese tra -1 e 1 , estremi esclusi.
5. Dovendo realizzare con tecnologia digitale un regolatore lineare progettato a tempo continuo, la scelta della pulsazione di campionamento si fa basandosi essenzialmente
 - ☐ sul tipo e sul guadagno (eventualmente generalizzato) del regolatore.
 - ☒ sulla pulsazione critica del sistema di controllo.
 - ☐ sul margine di guadagno del sistema di controllo.
6. Il guadagno della funzione di trasferimento a tempo discreto

$$G(z) = \frac{z - 0.5}{z(z + 0.5)}$$
 è
 - ☐ 0.
 - ☐ $1/2$.
 - ☒ $1/3$.
 - ☐ $1/4$.
 - ☐ -1 .